Granica funkcji. Ciągłość funkcji

Zad. 0
Przeczytaj uważnie rozdziały 4.1 i 4.2 skryptu.

Zad. 1
Naszkicuj wykresy podanych funkcji (w razie kłopotów poproś o pomoc komputer) i wyznacz podane granice (właściwe bądź niewłaściwe), o ile istnieją:

a) $f(x)=\begin{cases}-x-1 & \text{dla } x\le -1\\ 1-x^2 & \text{dla } -1<x<1\\ x-1 & \text{dla } x\ge 1\end{cases}$ $\lim\limits_{x\to -1} f(x),\ \lim\limits_{x\to 0} f(x),\ \lim\limits_{x\to 1} f(x);$

b) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{|x|} & \text{dla } x\neq 0\\ 1 & \text{dla } x=0\end{cases}$ $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x),\ \lim\limits_{x\to 1} f(x),\ \lim\limits_{x\to 0} f(x);$

c) $f(x)=\begin{cases}|\ln x| & \text{dla } x>0\\ x^3+1 & \text{dla } x\le 0\end{cases}$ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x),\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x),\ \lim\limits_{x\to 0} f(x).$

Zad. 2
Oblicz granicę (właściwą bądź niewłaściwą):

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+7}{x-4};\quad \lim_{x\to -\frac{1}{2}}\frac{4x^2-1}{2x^2-x-1};\quad \lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2-5x+4}{x-1}+2\right);\quad \lim_{x\to 0^+}\frac{x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}};\quad \lim_{x\to 5}\frac{x+25}{(x-5)^2};\quad \lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{4x}.$$

Wskazówka: W ostatnim przykładzie skorzystaj z faktu, że $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$.

Zad. 3
Zbadaj ciągłość funkcji

$$f(x)=\begin{cases}\cos\frac{\pi x}{2} & \text{dla } |x|\le 1\\ |x-1| & \text{dla } |x|>1.\end{cases}$$

Pochodna funkcji

Zad. 4
Przeczytaj uważnie rozdział 4.3 skryptu.

Zad. 5
Oblicz pochodne następujących funkcji:

$$7x^7+12^{-5},\quad -6x^{-11},\quad \sqrt[5]{x^2}+\frac{4}{x^3},\quad (2\sqrt[3]{x^2}-x)(4\sqrt[4]{x^3}+\sqrt[3]{x^5}+x^2),\quad \frac{2}{x^3\sqrt{x}}(x^4-8),$$

$$\frac{3}{3x-2},\quad \frac{5x^5+x-2}{x^2+7},\quad \frac{8x^3}{x^3+x-1},\quad \frac{\sqrt[3]{x}}{1-\sqrt[3]{x}}\quad \frac{x\sin x}{1+\operatorname{tg}x},\quad 2x+\cos x,\quad \frac{e^x+x^3}{3x^3e^x+2}.$$

Zad. 6
Oblicz pochodne następujących funkcji używając wzoru na pochodną funkcji złożonej:

$$(x^{10}+3)^{10},\quad \ln(x^4+x),\quad \sin(2x^2-4),\quad e^{\cos(5x+1)},\quad \sqrt[3]{\ln\sin x}.$$