ANALIZA 1 29 stycznia 2025 r., godz. 8:30–10:00

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.
Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

Kolokwium 7 Wersja testu **A** 29 stycznia 2025 r.

1. Dla podanej funkcji f podaj wartość parametru a, dla której funkcja f jest ciągła.

a) $f(x)=a\cdot\{x\}-\operatorname{arctg}\{x\}$, $a=$ ....

b) $f(x)=a\cdot\{x\}-\operatorname{arctg}\left(\{x\}\cdot\sqrt{3}\right)$, $a=$ ....

c) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(6\cdot\{x\}+1)$, $a=$ ....

d) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(22\cdot\{x\}+2)$, $a=$ ....

2. Niech $G(a,b)=\sup\left\{\dfrac{mn}{am^2+bn^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(49,100)=$ .... b) $G(25,49)=$ ....

c) $G(9,100)=$ .... d) $G(9,25)=$ ....

3. Niech $f(x)=\sqrt{x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f''(1)=$ .... b) $f'(1)=$ ....

c) $f^{(4)}(1)=$ .... d) $f'''(1)=$ ....

4. Niech $f(x)=\ln x$. Podaj wartość pochodnej czwartego rzędu.

a) $f^{(4)}(4)=$ .... b) $f^{(4)}(1)=$ ....

c) $f^{(4)}(2)=$ .... d) $f^{(4)}(3)=$ ....

5. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{\ln x}=$ ....

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\ln(2x-1)}=$ ....

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{\ln(3x-2)}=$ ....

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^8-1}{\ln(4x-3)}=$ ....

6. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-1}{\sin(16x)}=$ ....

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{\sin(8x)}=$ ....

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\sin(4x)}=$ ....

d) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x}-1}{\sin(2x)}=$ ....

7. Niech a_k i b_k będą takimi liczbami, że prosta o równaniu $y=a_kx+b_k$ jest styczna w punkcie $(0,1)$ do krzywej o równaniu $y=e^{kx}$. Wówczas:

a) $a_2=$ .... $b_2=$ ....

b) $a_1=$ .... $b_1=$ ....

c) $a_{10}=$ .... $b_{10}=$ ....

d) $a_5=$ .... $b_5=$ ....

8. Niech y_k będzie taką liczbą, że punkt $(0,y_k)$ leży na prostej stycznej w punkcie (k,k^2) do paraboli o równaniu $y=x^2$. Wówczas:

a) $y_{10}=$ ....

b) $y_1=$ ....

c) $y_2=$ ....

d) $y_5=$ ....

9. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+x+10$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(10)=$ .... b) $g'(12)=$ ....

c) $g'(20)=$ .... d) $g'(40)=$ ....

10. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(110)=$ .... b) $g'(90)=$ ....

c) $g'(30)=$ .... d) $g'(20)=$ ....

11. Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f^{(4)}(1)=$ .... b) $f'''(1)=$ ....

c) $f^{(4)}(-2)=$ .... d) $f'''(-2)=$ ....

12. Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f^{(4)}(-2)=$ .... b) $f'''(-1)=$ ....

c) $f^{(4)}(-1)=$ .... d) $f'''(-2)=$ ....

13. Niech $f_n(x)=n\cdot\sin x-\sin(nx)$ i niech $Z_n=\{x:\, x>0\ \wedge\ f_n'(x)=0\}$. Dla podanej liczby n podaj dwa najmniejsze elementy zbioru Z_n.

a) $n=7$, ... b) $n=25$, ...

c) $n=10$, ... d) $n=43$, ...