**ANALIZA 1** 29 stycznia 2025 r., godz. 8:30–10:00

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

**W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.**

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

## Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

**Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.**
**Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:**
**np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.**

## Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

**1.** Dla podanej funkcji $f$ podaj wartość parametru $a$, dla której funkcja $f$ jest ciągła.

a) $f(x)=a\cdot\{x\}-\operatorname{arctg}\{x\}$, $\quad a=\boldsymbol{\pi/4}$

b) $f(x)=a\cdot\{x\}-\operatorname{arctg}\left(\{x\}\cdot\sqrt{3}\right)$, $\quad a=\boldsymbol{\pi/3}$

c) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(6\cdot\{x\}+1)$, $\quad a=\mathbf{ln7}$

d) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(22\cdot\{x\}+2)$, $\quad a=\mathbf{ln12}$

**2.** Niech $G(a,b)=\sup\left\{\dfrac{mn}{am^2+bn^2}:m,n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(49,100)=\mathbf{1/140}$

b) $G(25,49)=\mathbf{1/70}$

c) $G(9,100)=\mathbf{1/60}$

d) $G(9,25)=\mathbf{1/30}$

**3.** Niech $f(x)=\sqrt{x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f''(1)=\mathbf{-1/4}$

b) $f'(1)=\mathbf{1/2}$

c) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-15/16}$

d) $f'''(1)=\mathbf{3/8}$

**4.** Niech $f(x)=\ln x$. Podaj wartość pochodnej czwartego rzędu.

a) $f^{(4)}(4)=\mathbf{-3/128}$

b) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-6}$

c) $f^{(4)}(2)=\mathbf{-3/8}$

d) $f^{(4)}(3)=\mathbf{-2/27}$

**5.** Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{\ln x} = \mathbf{1/2}$

b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{\ln(2x-1)} = \mathbf{1}$

c) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4-1}{\ln(3x-2)} = \mathbf{4/3}$

d) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^8-1}{\ln(4x-3)} = \mathbf{2}$

**6.** Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{4x}-1}{\sin(16x)} = \mathbf{1/4}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{3x}-1}{\sin(8x)} = \mathbf{3/8}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x}-1}{\sin(4x)} = \mathbf{1/2}$

d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x}-1}{\sin(2x)} = \mathbf{1/2}$

**7.** Niech $a_k$ i $b_k$ będą takimi liczbami, że prosta o równaniu $y=a_kx+b_k$ jest styczna w punkcie $(0,1)$ do krzywej o równaniu $y=e^{kx}$. Wówczas:

a) $a_2=\mathbf{2}\quad b_2=\mathbf{1}$

b) $a_1=\mathbf{1}\quad b_1=\mathbf{1}$

c) $a_{10}=\mathbf{10}\quad b_{10}=\mathbf{1}$

d) $a_5=\mathbf{5}\quad b_5=\mathbf{1}$

**8.** Niech $y_k$ będzie taką liczbą, że punkt $(0,y_k)$ leży na prostej stycznej w punkcie $(k,k^2)$ do paraboli o równaniu $y=x^2$. Wówczas:

a) $y_{10}=\mathbf{-100}$

b) $y_1=\mathbf{-1}$

c) $y_2=\mathbf{-4}$

d) $y_5=\mathbf{-25}$

**9.** Niech $g$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+x+10$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(10)=\mathbf{1}$ b) $g'(12)=\mathbf{1/4}$

c) $g'(20)=\mathbf{1/13}$ d) $g'(40)=\mathbf{1/28}$

**10.** Niech $g$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(110)=\mathbf{1/21}$ b) $g'(90)=\mathbf{1/19}$

c) $g'(30)=\mathbf{1/11}$ d) $g'(20)=\mathbf{1/9}$

**11.** Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f^{(4)}(1)=\mathbf{93/4}$ b) $f'''(1)=\mathbf{-45/8}$

c) $f^{(4)}(-2)=\mathbf{93/4}$ d) $f'''(-2)=\mathbf{45/8}$

**12.** Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f^{(4)}(-2)=\mathbf{-33/4}$ b) $f'''(-1)=\mathbf{-15/8}$

c) $f^{(4)}(-1)=\mathbf{-33/4}$ d) $f'''(-2)=\mathbf{15/8}$

**13.** Niech $f_n(x)=n\cdot\sin x-\sin(nx)$ i niech $Z_n=\{x: x>0\ \wedge\ f_n'(x)=0\}$. Dla podanej liczby $n$ podaj dwa najmniejsze elementy zbioru $Z_n$.

a) $n=7$, $\boldsymbol{\pi/4}$, $\boldsymbol{\pi/3}$ b) $n=25$, $\boldsymbol{\pi/13}$, $\boldsymbol{\pi/12}$

c) $n=10$, $\boldsymbol{2\pi/11}$, $\boldsymbol{2\pi/9}$ d) $n=43$, $\boldsymbol{\pi/22}$, $\boldsymbol{\pi/21}$

**ANALIZA 1** 29 stycznia 2025 r., godz. 8:30–10:00

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

**W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.**

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

**Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.**

**Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.**
**Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:**
**np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.**

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry**

**NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

**1.** Dla podanej funkcji $f$ podaj wartość parametru $a$, dla której funkcja $f$ jest ciągła.

a) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(6\cdot\{x\}+1),\quad a=\mathbf{ln7}$

b) $f(x)=a\cdot\{x\}-\mathrm{arctg}\left(\{x\}\cdot\sqrt{3}\right),\quad a=\boldsymbol{\pi/3}$

c) $f(x)=a\cdot\{x\}-\mathrm{arctg}\{x\},\quad a=\boldsymbol{\pi/4}$

d) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(22\cdot\{x\}+2),\quad a=\mathbf{ln12}$

**2.** Niech $G(a,b)=\sup\left\{\frac{mn}{am^2+bn^2}:m,n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(9,25)=\mathbf{1/30}$

b) $G(9,100)=\mathbf{1/60}$

c) $G(49,100)=\mathbf{1/140}$

d) $G(25,49)=\mathbf{1/70}$

**3.** Niech $f(x)=\sqrt{x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-15/16}$

b) $f''(1)=\mathbf{-1/4}$

c) $f'(1)=\mathbf{1/2}$

d) $f'''(1)=\mathbf{3/8}$

**4.** Niech $f(x)=\ln x$. Podaj wartość pochodnej czwartego rzędu.

a) $f^{(4)}(4)=\mathbf{-3/128}$

b) $f^{(4)}(3)=\mathbf{-2/27}$

c) $f^{(4)}(2)=\mathbf{-3/8}$

d) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-6}$

**5.** Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{x\to 1}\frac{x^4-1}{\ln(3x-2)}=\mathbf{4/3}$

b) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\ln(2x-1)}=\mathbf{1}$

c) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{\ln x}=\mathbf{1/2}$

d) $\lim_{x\to 1}\frac{x^8-1}{\ln(4x-3)}=\mathbf{2}$

**6.** Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{\sin(2x)}=\mathbf{1/2}$

b) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{\sin(4x)}=\mathbf{1/2}$

c) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{4x}-1}{\sin(16x)}=\mathbf{1/4}$

d) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-1}{\sin(8x)}=\mathbf{3/8}$

**7.** Niech $a_k$ i $b_k$ będą takimi liczbami, że prosta o równaniu $y=a_kx+b_k$ jest styczna w punkcie $(0,1)$ do krzywej o równaniu $y=e^{kx}$. Wówczas:

a) $a_{10}=\mathbf{10}\quad b_{10}=\mathbf{1}$

b) $a_2=\mathbf{2}\quad b_2=\mathbf{1}$

c) $a_1=\mathbf{1}\quad b_1=\mathbf{1}$

d) $a_5=\mathbf{5}\quad b_5=\mathbf{1}$

**8.** Niech $y_k$ będzie taką liczbą, że punkt $(0,y_k)$ leży na prostej stycznej w punkcie $(k,k^2)$ do paraboli o równaniu $y=x^2$. Wówczas:

a) $y_{10}=\mathbf{-100}$

b) $y_5=\mathbf{-25}$

c) $y_2=\mathbf{-4}$

d) $y_1=\mathbf{-1}$

**9.** Niech $g$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+x+10$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(20)=\mathbf{1/13}$ b) $g'(12)=\mathbf{1/4}$

c) $g'(10)=\mathbf{1}$ d) $g'(40)=\mathbf{1/28}$

**10.** Niech $g$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(20)=\mathbf{1/9}$ b) $g'(30)=\mathbf{1/11}$

c) $g'(110)=\mathbf{1/21}$ d) $g'(90)=\mathbf{1/19}$

**11.** Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f^{(4)}(-2)=\mathbf{93/4}$ b) $f^{(4)}(1)=\mathbf{93/4}$

c) $f'''(1)=\mathbf{-45/8}$ d) $f'''(-2)=\mathbf{45/8}$

**12.** Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f^{(4)}(-2)=\mathbf{-33/4}$ b) $f'''(-2)=\mathbf{15/8}$

c) $f^{(4)}(-1)=\mathbf{-33/4}$ d) $f'''(-1)=\mathbf{-15/8}$

**13.** Niech $f_n(x)=n\cdot\sin x-\sin(nx)$ i niech $Z_n=\{x: x>0 \wedge f_n'(x)=0\}$. Dla podanej liczby $n$ podaj dwa najmniejsze elementy zbioru $Z_n$.

a) $n=43$, $\boldsymbol{\pi/22}$, $\boldsymbol{\pi/21}$ b) $n=25$, $\boldsymbol{\pi/13}$, $\boldsymbol{\pi/12}$

c) $n=10$, $\boldsymbol{2\pi/11}$, $\boldsymbol{2\pi/9}$ d) $n=7$, $\boldsymbol{\pi/4}$, $\boldsymbol{\pi/3}$

**ANALIZA 1** 29 stycznia 2025 r., godz. 8:30–10:00

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

**W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.**

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

## Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

**Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.**
**Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:**
**np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.**

## Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry

## NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

**Kolokwium 7** Wersja testu **C** 29 stycznia 2025 r.

**1.** Dla podanej funkcji $f$ podaj wartość parametru $a$, dla której funkcja $f$ jest ciągła.

a) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(6\cdot\{x\}+1)$, $\quad a=\mathbf{ln7}$

b) $f(x)=a\cdot\{x\}-\operatorname{arctg}\{x\}$, $\quad a=\boldsymbol{\pi/4}$

c) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(22\cdot\{x\}+2)$, $\quad a=\mathbf{ln12}$

d) $f(x)=a\cdot\{x\}-\operatorname{arctg}\left(\{x\}\cdot\sqrt{3}\right)$, $\quad a=\boldsymbol{\pi/3}$

**2.** Niech $G(a,b)=\sup\left\{\dfrac{mn}{am^2+bn^2}:m,n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(49,100)=\mathbf{1/140}$

b) $G(9,100)=\mathbf{1/60}$

c) $G(9,25)=\mathbf{1/30}$

d) $G(25,49)=\mathbf{1/70}$

**3.** Niech $f(x)=\sqrt{x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f'(1)=\mathbf{1/2}$

b) $f''(1)=\mathbf{-1/4}$

c) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-15/16}$

d) $f'''(1)=\mathbf{3/8}$

**4.** Niech $f(x)=\ln x$. Podaj wartość pochodnej czwartego rzędu.

a) $f^{(4)}(4)=\mathbf{-3/128}$

b) $f^{(4)}(2)=\mathbf{-3/8}$

c) $f^{(4)}(3)=\mathbf{-2/27}$

d) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-6}$

**5.** Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{\ln(3x-2)}=\mathbf{4/3}$

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{\ln x}=\mathbf{1/2}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^8-1}{\ln(4x-3)}=\mathbf{2}$

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\ln(2x-1)}=\mathbf{1}$

**6.** Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-1}{\sin(16x)}=\mathbf{1/4}$

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\sin(4x)}=\mathbf{1/2}$

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x}-1}{\sin(2x)}=\mathbf{1/2}$

d) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{\sin(8x)}=\mathbf{3/8}$

**7.** Niech $a_k$ i $b_k$ będą takimi liczbami, że prosta o równaniu $y=a_kx+b_k$ jest styczna w punkcie $(0,1)$ do krzywej o równaniu $y=e^{kx}$. Wówczas:

a) $a_1=\mathbf{1}\quad b_1=\mathbf{1}$

b) $a_2=\mathbf{2}\quad b_2=\mathbf{1}$

c) $a_{10}=\mathbf{10}\quad b_{10}=\mathbf{1}$

d) $a_5=\mathbf{5}\quad b_5=\mathbf{1}$

**8.** Niech $y_k$ będzie taką liczbą, że punkt $(0,y_k)$ leży na prostej stycznej w punkcie $(k,k^2)$ do paraboli o równaniu $y=x^2$. Wówczas:

a) $y_{10}=\mathbf{-100}$

b) $y_2=\mathbf{-4}$

c) $y_5=\mathbf{-25}$

d) $y_1=\mathbf{-1}$

**9.** Niech $g$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+x+10$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(20)=\mathbf{1/13}$ b) $g'(10)=\mathbf{1}$

c) $g'(40)=\mathbf{1/28}$ d) $g'(12)=\mathbf{1/4}$

**10.** Niech $g$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(110)=\mathbf{1/21}$ b) $g'(30)=\mathbf{1/11}$

c) $g'(20)=\mathbf{1/9}$ d) $g'(90)=\mathbf{1/19}$

**11.** Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f'''(1)=\mathbf{-45/8}$ b) $f^{(4)}(1)=\mathbf{93/4}$

c) $f^{(4)}(-2)=\mathbf{93/4}$ d) $f'''(-2)=\mathbf{45/8}$

**12.** Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f^{(4)}(-2)=\mathbf{-33/4}$ b) $f^{(4)}(-1)=\mathbf{-33/4}$

c) $f'''(-2)=\mathbf{15/8}$ d) $f'''(-1)=\mathbf{-15/8}$

**13.** Niech $f_n(x)=n\cdot\sin x-\sin(nx)$ i niech $Z_n=\{x:\, x>0\ \wedge\ f_n'(x)=0\}$. Dla podanej liczby $n$ podaj dwa najmniejsze elementy zbioru $Z_n$.

a) $n=10$, $\boldsymbol{2\pi/11}$, $\boldsymbol{2\pi/9}$ b) $n=7$, $\boldsymbol{\pi/4}$, $\boldsymbol{\pi/3}$

c) $n=43$, $\boldsymbol{\pi/22}$, $\boldsymbol{\pi/21}$ d) $n=25$, $\boldsymbol{\pi/13}$, $\boldsymbol{\pi/12}$

**ANALIZA 1** 29 stycznia 2025 r., godz. 8:30–10:00

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

**W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.**

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

**Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.**

**Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.**
**Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:**
**np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.**

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry**

**NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

**Kolokwium 7** Wersja testu **D** 29 stycznia 2025 r.

**1.** Dla podanej funkcji $f$ podaj wartość parametru $a$, dla której funkcja $f$ jest ciągła.

a) $f(x) = a \cdot \{x\} - \operatorname{arctg}\{x\}$, $\quad a = \boldsymbol{\pi/4}$

b) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(22 \cdot \{x\} + 2)$, $\quad a = \mathbf{ln12}$

c) $f(x) = a \cdot \{x\} - \operatorname{arctg}\left(\{x\} \cdot \sqrt{3}\right)$, $\quad a = \boldsymbol{\pi/3}$

d) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(6 \cdot \{x\} + 1)$, $\quad a = \mathbf{ln7}$

**2.** Niech $G(a,b) = \sup\left\{\frac{mn}{am^2+bn^2} : m,n \in \mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(49,100) = \mathbf{1/140}$

b) $G(9,25) = \mathbf{1/30}$

c) $G(25,49) = \mathbf{1/70}$

d) $G(9,100) = \mathbf{1/60}$

**3.** Niech $f(x) = \sqrt{x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f^{(4)}(1) = \mathbf{-15/16}$

b) $f''(1) = \mathbf{-1/4}$

c) $f'''(1) = \mathbf{3/8}$

d) $f'(1) = \mathbf{1/2}$

**4.** Niech $f(x) = \ln x$. Podaj wartość pochodnej czwartego rzędu.

a) $f^{(4)}(4) = \mathbf{-3/128}$

b) $f^{(4)}(3) = \mathbf{-2/27}$

c) $f^{(4)}(1) = \mathbf{-6}$

d) $f^{(4)}(2) = \mathbf{-3/8}$

**5.** Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{\ln x}=\mathbf{1/2}$

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^8-1}{\ln(4x-3)}=\mathbf{2}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\ln(2x-1)}=\mathbf{1}$

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{\ln(3x-2)}=\mathbf{4/3}$

**6.** Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-1}{\sin(16x)}=\mathbf{1/4}$

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x}-1}{\sin(2x)}=\mathbf{1/2}$

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{\sin(8x)}=\mathbf{3/8}$

d) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\sin(4x)}=\mathbf{1/2}$

**7.** Niech $a_k$ i $b_k$ będą takimi liczbami, że prosta o równaniu $y=a_kx+b_k$ jest styczna w punkcie $(0,1)$ do krzywej o równaniu $y=e^{kx}$. Wówczas:

a) $a_{10}=\mathbf{10}\quad b_{10}=\mathbf{1}$

b) $a_2=\mathbf{2}\quad b_2=\mathbf{1}$

c) $a_5=\mathbf{5}\quad b_5=\mathbf{1}$

d) $a_1=\mathbf{1}\quad b_1=\mathbf{1}$

**8.** Niech $y_k$ będzie taką liczbą, że punkt $(0,y_k)$ leży na prostej stycznej w punkcie $(k,k^2)$ do paraboli o równaniu $y=x^2$. Wówczas:

a) $y_{10}=\mathbf{-100}$

b) $y_5=\mathbf{-25}$

c) $y_1=\mathbf{-1}$

d) $y_2=\mathbf{-4}$

**9.** Niech $g$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+x+10$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(10)=\mathbf{1}$ b) $g'(40)=\mathbf{1/28}$

c) $g'(12)=\mathbf{1/4}$ d) $g'(20)=\mathbf{1/13}$

**10.** Niech $g$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(110)=\mathbf{1/21}$ b) $g'(20)=\mathbf{1/9}$

c) $g'(90)=\mathbf{1/19}$ d) $g'(30)=\mathbf{1/11}$

**11.** Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f^{(4)}(-2)=\mathbf{93/4}$ b) $f^{(4)}(1)=\mathbf{93/4}$

c) $f'''(-2)=\mathbf{45/8}$ d) $f'''(1)=\mathbf{-45/8}$

**12.** Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f^{(4)}(-2)=\mathbf{-33/4}$ b) $f'''(-2)=\mathbf{15/8}$

c) $f'''(-1)=\mathbf{-15/8}$ d) $f^{(4)}(-1)=\mathbf{-33/4}$

**13.** Niech $f_n(x)=n\cdot\sin x-\sin(nx)$ i niech $Z_n=\{x:\, x>0\ \wedge\ f_n'(x)=0\}$. Dla podanej liczby $n$ podaj dwa najmniejsze elementy zbioru $Z_n$.

a) $n=10$, $\boldsymbol{2\pi/11}$, $\boldsymbol{2\pi/9}$ b) $n=7$, $\boldsymbol{\pi/4}$, $\boldsymbol{\pi/3}$

c) $n=25$, $\boldsymbol{\pi/13}$, $\boldsymbol{\pi/12}$ d) $n=43$, $\boldsymbol{\pi/22}$, $\boldsymbol{\pi/21}$

**ANALIZA 1** 29 stycznia 2025 r., godz. 8:30–10:00

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

**W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.**

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

## Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

**Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.**
**Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:**
**np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.**

## Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry

## NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

**1.** Dla podanej funkcji $f$ podaj wartość parametru $a$, dla której funkcja $f$ jest ciągła.

a) $f(x) = a \cdot \{x\} - \operatorname{arctg}\left(\{x\} \cdot \sqrt{3}\right), \quad a = \boldsymbol{\pi/3}$

b) $f(x) = a \cdot \{x\} - \operatorname{arctg}\{x\}, \quad a = \boldsymbol{\pi/4}$

c) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(6 \cdot \{x\} + 1), \quad a = \mathbf{ln7}$

d) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(22 \cdot \{x\} + 2), \quad a = \mathbf{ln12}$

**2.** Niech $G(a,b) = \sup\left\{\frac{mn}{am^2 + bn^2} : m,n \in \mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(9,100) = \mathbf{1/60}$

b) $G(25,49) = \mathbf{1/70}$

c) $G(9,25) = \mathbf{1/30}$

d) $G(49,100) = \mathbf{1/140}$

**3.** Niech $f(x) = \sqrt{x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f'''(1) = \mathbf{3/8}$

b) $f''(1) = \mathbf{-1/4}$

c) $f^{(4)}(1) = \mathbf{-15/16}$

d) $f'(1) = \mathbf{1/2}$

**4.** Niech $f(x) = \ln x$. Podaj wartość pochodnej czwartego rzędu.

a) $f^{(4)}(2) = \mathbf{-3/8}$

b) $f^{(4)}(3) = \mathbf{-2/27}$

c) $f^{(4)}(4) = \mathbf{-3/128}$

d) $f^{(4)}(1) = \mathbf{-6}$

**5.** Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\ln(2x-1)}=\mathbf{1}$

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{\ln x}=\mathbf{1/2}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{\ln(3x-2)}=\mathbf{4/3}$

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^8-1}{\ln(4x-3)}=\mathbf{2}$

**6.** Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\sin(4x)}=\mathbf{1/2}$

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{\sin(8x)}=\mathbf{3/8}$

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x}-1}{\sin(2x)}=\mathbf{1/2}$

d) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-1}{\sin(16x)}=\mathbf{1/4}$

**7.** Niech $a_k$ i $b_k$ będą takimi liczbami, że prosta o równaniu $y=a_kx+b_k$ jest styczna w punkcie $(0,1)$ do krzywej o równaniu $y=e^{kx}$. Wówczas:

a) $a_5=\mathbf{5}\quad b_5=\mathbf{1}$

b) $a_2=\mathbf{2}\quad b_2=\mathbf{1}$

c) $a_{10}=\mathbf{10}\quad b_{10}=\mathbf{1}$

d) $a_1=\mathbf{1}\quad b_1=\mathbf{1}$

**8.** Niech $y_k$ będzie taką liczbą, że punkt $(0,y_k)$ leży na prostej stycznej w punkcie $(k,k^2)$ do paraboli o równaniu $y=x^2$. Wówczas:

a) $y_2=\mathbf{-4}$

b) $y_5=\mathbf{-25}$

c) $y_{10}=\mathbf{-100}$

d) $y_1=\mathbf{-1}$

**9.** Niech $g$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+x+10$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(12)=\mathbf{1/4}$ b) $g'(10)=\mathbf{1}$

c) $g'(20)=\mathbf{1/13}$ d) $g'(40)=\mathbf{1/28}$

**10.** Niech $g$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(30)=\mathbf{1/11}$ b) $g'(90)=\mathbf{1/19}$

c) $g'(20)=\mathbf{1/9}$ d) $g'(110)=\mathbf{1/21}$

**11.** Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f'''(-2)=\mathbf{45/8}$ b) $f^{(4)}(1)=\mathbf{93/4}$

c) $f^{(4)}(-2)=\mathbf{93/4}$ d) $f'''(1)=\mathbf{-45/8}$

**12.** Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f^{(4)}(-1)=\mathbf{-33/4}$ b) $f'''(-2)=\mathbf{15/8}$

c) $f^{(4)}(-2)=\mathbf{-33/4}$ d) $f'''(-1)=\mathbf{-15/8}$

**13.** Niech $f_n(x)=n\cdot\sin x-\sin(nx)$ i niech $Z_n=\{x:\, x>0\ \wedge\ f_n'(x)=0\}$. Dla podanej liczby $n$ podaj dwa najmniejsze elementy zbioru $Z_n$.

a) $n=25$, $\boldsymbol{\pi/13}$, $\boldsymbol{\pi/12}$ b) $n=43$, $\boldsymbol{\pi/22}$, $\boldsymbol{\pi/21}$

c) $n=7$, $\boldsymbol{\pi/4}$, $\boldsymbol{\pi/3}$ d) $n=10$, $\boldsymbol{2\pi/11}$, $\boldsymbol{2\pi/9}$

**ANALIZA 1** 29 stycznia 2025 r., godz. 8:30–10:00

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

**W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.**

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

## Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

**Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.**
**Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:**
**np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.**

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry**

**NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

**Kolokwium 7** Wersja testu **F** 29 stycznia 2025 r.

**1.** Dla podanej funkcji $f$ podaj wartość parametru $a$, dla której funkcja $f$ jest ciągła.

a) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(6\cdot\{x\}+1)$, $a=\mathbf{ln7}$

b) $f(x)=a\cdot\{x\}-\operatorname{arctg}\{x\}$, $a=\boldsymbol{\pi/4}$

c) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(22\cdot\{x\}+2)$, $a=\mathbf{ln12}$

d) $f(x)=a\cdot\{x\}-\operatorname{arctg}\left(\{x\}\cdot\sqrt{3}\right)$, $a=\boldsymbol{\pi/3}$

**2.** Niech $G(a,b)=\sup\left\{\frac{mn}{am^2+bn^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(9,25)=\mathbf{1/30}$

b) $G(49,100)=\mathbf{1/140}$

c) $G(9,100)=\mathbf{1/60}$

d) $G(25,49)=\mathbf{1/70}$

**3.** Niech $f(x)=\sqrt{x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f'''(1)=\mathbf{3/8}$

b) $f'(1)=\mathbf{1/2}$

c) $f''(1)=\mathbf{-1/4}$

d) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-15/16}$

**4.** Niech $f(x)=\ln x$. Podaj wartość pochodnej czwartego rzędu.

a) $f^{(4)}(3)=\mathbf{-2/27}$

b) $f^{(4)}(4)=\mathbf{-3/128}$

c) $f^{(4)}(2)=\mathbf{-3/8}$

d) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-6}$

**5.** Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{\ln(3x-2)}=\mathbf{4/3}$

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{\ln x}=\mathbf{1/2}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^8-1}{\ln(4x-3)}=\mathbf{2}$

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\ln(2x-1)}=\mathbf{1}$

**6.** Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{\sin(2x)}=\mathbf{1/2}$

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-1}{\sin(16x)}=\mathbf{1/4}$

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\sin(4x)}=\mathbf{1/2}$

d) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{\sin(8x)}=\mathbf{3/8}$

**7.** Niech $a_k$ i $b_k$ będą takimi liczbami, że prosta o równaniu $y=a_kx+b_k$ jest styczna w punkcie $(0,1)$ do krzywej o równaniu $y=e^{kx}$. Wówczas:

a) $a_5=\mathbf{5}\quad b_5=\mathbf{1}$

b) $a_1=\mathbf{1}\quad b_1=\mathbf{1}$

c) $a_2=\mathbf{2}\quad b_2=\mathbf{1}$

d) $a_{10}=\mathbf{10}\quad b_{10}=\mathbf{1}$

**8.** Niech $y_k$ będzie taką liczbą, że punkt $(0,y_k)$ leży na prostej stycznej w punkcie $(k,k^2)$ do paraboli o równaniu $y=x^2$. Wówczas:

a) $y_5=\mathbf{-25}$

b) $y_{10}=\mathbf{-100}$

c) $y_2=\mathbf{-4}$

d) $y_1=\mathbf{-1}$

**9.** Niech $g$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+x+10$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(20)=\mathbf{1/13}$  b) $g'(10)=\mathbf{1}$

c) $g'(40)=\mathbf{1/28}$  d) $g'(12)=\mathbf{1/4}$

**10.** Niech $g$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(20)=\mathbf{1/9}$  b) $g'(110)=\mathbf{1/21}$

c) $g'(30)=\mathbf{1/11}$  d) $g'(90)=\mathbf{1/19}$

**11.** Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f'''(-2)=\mathbf{45/8}$  b) $f'''(1)=\mathbf{-45/8}$

c) $f^{(4)}(1)=\mathbf{93/4}$  d) $f^{(4)}(-2)=\mathbf{93/4}$

**12.** Niech $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x}$. Podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $f'''(-2)=\mathbf{15/8}$  b) $f^{(4)}(-2)=\mathbf{-33/4}$

c) $f^{(4)}(-1)=\mathbf{-33/4}$  d) $f'''(-1)=\mathbf{-15/8}$

**13.** Niech $f_n(x)=n\cdot\sin x-\sin(nx)$ i niech $Z_n=\{x: x>0 \wedge f_n'(x)=0\}$. Dla podanej liczby $n$ podaj dwa najmniejsze elementy zbioru $Z_n$.

a) $n=10$, $\boldsymbol{2\pi/11}$, $\boldsymbol{2\pi/9}$  b) $n=25$, $\boldsymbol{\pi/13}$, $\boldsymbol{\pi/12}$

c) $n=43$, $\boldsymbol{\pi/22}$, $\boldsymbol{\pi/21}$  d) $n=7$, $\boldsymbol{\pi/4}$, $\boldsymbol{\pi/3}$