ANALIZA 1, KOLOKWIUM nr 6, 15.01.2025, godz. 8:30–10:00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOLOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **13.** **(10 punktów)**

Wyznacz asymptoty ukośne funkcji f określonej wzorem $f(x)=\sqrt[4]{16x^4+x^3}$.

Zadanie **14.** **(10 punktów)**

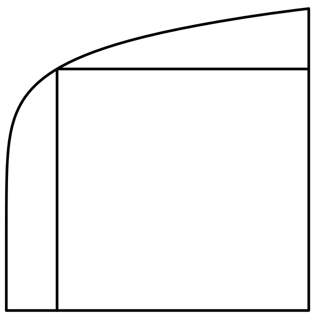
Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem

$$f(x)=x^2-5\cdot|x-1|$$

na przedziale $[-3,3]$ oraz podaj, w których punktach te wartości są osiągane.

Zadanie **15.** **(10 punktów)**

W trójkąt krzywoliniowy ograniczony prostymi o równaniach $y=0$ i $x=1$ oraz krzywą o równaniu $y=\sqrt[8]{x}$ chcemy wpisać prostokąt jak na rysunku obok. Jakie największe pole może mieć taki prostokąt?



Zadanie **16.** **(10 punktów)**

Dana jest funkcja $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\ln\left(x^9+64\right) .$$

Udowodnij, że dla każdych liczb rzeczywistych nieujemnych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant 4\cdot|x-y| .$$

Zadanie **17.** **(20 punktów** - zero punktów za rozważania, które nie prowadzą do rozwiązania)

Niech $f(x)=g(g(g(\ldots g(g(x))\ldots)))$ będzie złożeniem 10 egzemplarzy funkcji g zdefiniowanej wzorem $g(x)=\sqrt[4]{x^2+1}$. Udowodnij, że dla każdych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant\frac{|x-y|}{1000} .$$