Zadania do omówienia na WYKŁADZIE WE WTOREK 11.06.2024.

Zadania należy spróbować rozwiązać przed zajęciami !!!

Zespolone szeregi potęgowe.

Wyznaczyć obszary zbieżności zespolonych szeregów potęgowych:

1181. $\sum_{n=0}^{\infty} n!z^{n^2}$ **1182.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n z^n}{\sqrt{n}}$ **1183.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n z^{3n}}{\sqrt[3]{n}}$ **1184.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{24n}}{n}$

1185. Zapewne pamiętacie, że suma wyrazów stojących w n-tym wierszu trójkąta Pascala jest równa 2^n, a suma co drugiego wyrazu jest równa połowie tej liczby, czyli 2^{n-1}. A ile jest równa suma[1] co trzeciego wyrazu n-tego wiersza trójkąta Pascala?

Wskazówka: Dodać sumy $(1+z)^n$ dla[2] $z \in \left\{1, -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i\right\}$, przemnożone przez odpowiednie współczynniki.

1186. To samo pytanie dla sumy co czwartego wyrazu trójkąta Pascala.

Poniżej jest zadanie dla koneserów.
Osoby walczące o zaliczenie przedmiotu.
nie powinny w nie wkładać zbyt wiele energii.

1187. Korzystając ze wzorów

$$-\ln(1-z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n} \qquad |z| \leqslant 1,\ z \neq 1$$

oraz

$$\ln z = \ln|z| + i \cdot \arg z \qquad \arg z \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

obliczyć[3] sumę szeregu

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1}.$$

Wskazówka: Dodać szeregi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}$$

dla $z \in \left\{-1, \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i\right\}$, przemnożone przez odpowiednie współczynniki.

[1] Faktycznie są 3 takie sumy, zależnie od tego, od którego wyrazu zaczniemy.

[2] To są pierwiastki sześcienne z jedynki.

[3] Kiedyś już wyliczaliśmy tę sumę (przez całkowanie rzeczywistego szeregu potęgowego) i wtedy wyszło

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1} = \frac{\sqrt{3}\pi}{9} + \frac{\ln 2}{3}.$$