Zadania do omówienia w piąty czwartek lutego w pierwszej połowie XXI wieku.

Całkowanie przez podstawienie.

W każdym z poniższych 20 zadań podaj wzór na funkcję różniczkowalną na całej prostej (lub w podanej dziedzinie) o podanym wzorze na pochodną oraz o podanej wartości w podanym punkcie.

763. $f'(x)=(4x-5)^{54}$ $f(1)=1$ $f(x)=$ ....

764. $f'(x)=\sqrt{3x+1}$ $f(1)=1$ $D_f=\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$ $f(x)=$ ......

765. $f'(x)=\dfrac{x}{(x^2+1)^4}$ $f(1)=1$ $f(x)=$ ....

766. $f'(x)=\dfrac{x^3}{x^4+1}$ $f(0)=7$ $f(x)=$ ....

767. $f'(x)=\dfrac{1}{(3x-5)^2+1}$ $f(2)=0$ $f(x)=$ ....

768. $f'(x)=\sqrt[5]{x}$ $f(1)=1$ $f(x)=$ ....

769. $f'(x)=200x\cdot\left(x^2+1\right)^{99}$ $f(0)=0$ $f(x)=$ ....

770. $f'(x)=6x^3\cdot\sqrt{x^4+9}$ $f(2)=2$ $f(x)=$ ....

771. $f'(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$ $f(-1)=-1$ $f(x)=$ ....

772. $f'(x)=\dfrac{4x^3+2x+1}{(x^4+x^2+x+1)^2}$ $f(1)=1$ $f(x)=$ ....

773. $f'(x)=\sqrt[7]{x+1}$ $f(0)=2$ $f(x)=$ ....

774. $f'(x)=x^2\cdot\left(x^3+1\right)^{100}$ $f(0)=1$ $f(x)=$ ....

775. $f'(x)=x^5\cdot\sqrt[3]{x^6+7}$ $f(1)=0$ $f(x)=$ ....

776. $f'(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$ $f(0)=0$ $f(x)=$ ....

777. $f'(x) = \dfrac{2x^3+x}{x^4+x^2+1}$ $f(0)=1$ $f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

778. $f'(x) = \dfrac{2x^3+x}{(x^4+x^2+1)^2}$ $f(1)=1$ $f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

779. $f'(x) = \dfrac{2x^3+x}{(x^4+x^2+1)^3}$ $f(1)=1$ $f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

780. $f'(x) = \dfrac{1}{x^2+2x+2}$ $f(0)=0$ $f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

W kolejnych dwóch zadaniach funkcje mają być ciągłe na $\mathbb{R}$ i różniczkowalne na $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

781. $f'(x) = \dfrac{\sin\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ $f(0)=2$ $f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

782. $f'(x) = \dfrac{\sin\sqrt[5]{x}}{\sqrt[5]{x^4}}$ $f(0)=2$ $f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Kolejne cztery zadania są przeznaczone do samodzielnej analizy – mają podane rozwiązania i będą omawiane na ćwiczeniach tylko na wyraźne życzenie studentów lub wtedy, gdy wcześniejsze zadania zostaną omówione przed zakończeniem ćwiczeń.

783. Obliczyć całkę nieoznaczoną
$$\int x^n\cdot\sqrt[7]{x^5+1}\,dx$$
dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n.

784. Obliczyć całkę nieoznaczoną
$$\int x^n\cdot\sqrt[11]{x^7+1}\,dx$$
dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n.

785. Obliczyć całkę nieoznaczoną
$$\int\frac{dx}{x^2+4x+40}\,.$$

786. Obliczyć całkę nieoznaczoną
$$\int\sqrt[3]{8x^{17}+x^{12}}\,dx\,.$$

W tych z poniższych zadań, w których trzeba wykonać obliczenia dla jednej wybranej liczby n, po rozwiązaniu zadania przedyskutować inne wartości n, dla których rozwiązanie jest możliwe.

787. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot \sqrt[8]{x^6+1}\, dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n.

788. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot \left(x^5+1\right)^{2023} dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n.

789. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot e^{x^{10}}\, dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej $n>20$.

790. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^n}{x^{20}+2x^{10}+4}\, dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n.

791. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{k\cdot x^{20}+x^n}{(x^{21}+x^7+44)^{44}}\, dx$$

dla odpowiednio wybranych liczb naturalnych n i k.

Obliczyć całki nieoznaczone

792. $\int e^{\sqrt{x}}\, dx$ **793.** $\int \frac{x}{x^2+10x+169}\, dx$ **794.** $\int \sqrt{2+\sqrt{x+4}}\, dx$

795. $\int \sqrt[8]{x^{55}+x^{48}}\, dx$ **796.** $\int \frac{1}{x\cdot\ln x}\, dx$ **797.** $\int \frac{1}{x\cdot\ln x\cdot\ln\ln x}\, dx$

798. $\int \frac{(\ln\ln\ln x)^2}{x\cdot\ln x\cdot\ln\ln x}\, dx$ **799.** $\int \cos^5 x\, dx$ **800.** $\int \mathrm{tg}\, x\, dx$