Kolokwium 7 Wersja testu **A** 5 czerwca 2024 r.

ANALIZA 2 5 czerwca 2024 r., godz. 14:15-15:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Punktacja za zadanie **9** będzie liczona **podwójnie.**

Zadania **10 i 11** to zadania dodatkowe z punktacją liczoną **podwójnie.**

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry

NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

Kolokwium 7 Wersja testu **A** 5 czerwca 2024 r.

1. Dla danej liczby n podaj pole figury

$$\left\{(x,y):\ 0\leqslant x\leqslant 1\ \wedge\ x^n\leqslant y\leqslant \sqrt[n]{x}\right\}.$$

a) $n=3$, pole$=$ .... b) $n=5$, pole$=$ ....

c) $n=9$, pole$=$ .... d) $n=10$, pole$=$ ....

2. Podaj zbiór wszystkich wartości **rzeczywistych dodatnich** parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna.

a) $\displaystyle\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x^{2p}+x^p}}{\sqrt{x^{44}+x^{20}}}\,dx,$ .... b) $\displaystyle\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x^{2p}+x^p}}{\sqrt{x^{40}+x^{10}}}\,dx,$ ....

c) $\displaystyle\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x^{2p}+x^p}}{\sqrt{x^{16}+x^{7}}}\,dx,$ .... d) $\displaystyle\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x^{2p}+x^p}}{\sqrt{x^{12}+x^{6}}}\,dx,$ ....

3. Podaj normę supremum funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x)=\dfrac{1}{x^4+20x^2+134}$, $\|f\|=$ ....

b) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+20x+123}$, $\|f\|=$ ....

c) $f(x)=\dfrac{1}{x^{16}-20x^8+156}$, $\|f\|=$ ....

d) $f(x)=\dfrac{1}{x^8+20x^4+145}$, $\|f\|=$ ....

4. Podaj promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{4n}{n} \cdot n! \cdot x^n}{n^n}$, $R=$ ......

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{2n}{n} \cdot n! \cdot x^n}{n^n}$, $R=$ ......

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{2n}{n} \cdot n! \cdot x^{2n}}{n^n}$, $R=$ ......

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{3n}{n} \cdot n! \cdot x^n}{n^n}$, $R=$ ......

5. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (2p-17)^n$, ...

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3p-17)^n}{n}$, ...

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2p-19)^n}{\sqrt{n}}$, ...

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3p-19)^n}{n^2}$, ...

6. Podaj wartość granicy.

a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k^4}{k^5+n^5} =$ ....

b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k^3}{k^4+n^4} =$ ....

c) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{k^2+n^2} =$ ....

d) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k^2}{k^3+n^3} =$ ....

7. Podaj wartość granicy.

a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{kn^2}{k^4+n^4} =$ ....

b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k^2n^3}{k^6+n^6} =$ ....

c) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k^4n^5}{k^{10}+n^{10}} =$ ....

d) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k^3n^4}{k^8+n^8} =$ ....

8. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w, że $\operatorname{arctg}(2n)+\operatorname{arctg} w=\operatorname{arctg}(3n)$.

a) $n=5$, $w=$ .... b) $n=3$, $w=$ ....

c) $n=2$, $w=$ .... d) $n=1$, $w=$ ....

9. Niech $f_n(x)=\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{\sin kx}{n^k}$ oraz $C(n)=\int\limits_0^{2\pi} f_n^2(x)\,dx$. Wówczas:

a) $C(9)=$ .... b) $C(7)=$ ....

c) $C(5)=$ .... d) $C(8)=$ ....

10. Niech $f_n(x)=\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{2^k\cdot\cos kx}{n^k}$ oraz $C(m,n)=\int\limits_0^{2\pi} f_m(x)\cdot f_n(x)\,dx$. Wówczas:

a) $C(9,11)=$ .... b) $C(7,11)=$ ....

c) $C(3,5)=$ .... d) $C(5,7)=$ ....

11. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{9^n\cdot n}=$ .... b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n\cdot n}=$ ....

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n\cdot n}=$ .... d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{8^n\cdot n}=$ ....