

Kolokwium 3

Wersja testu **A** 27 marca 2024 r.

ANALIZA 2

27 marca 2024 r., godz. 14:15-15:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Punktacja za zadanie **9** będzie liczona **podwójnie**.

Zadania **10 i 11** to zadania dodatkowe z punktacją liczoną **podwójnie**.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry
NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

Kolokwium 3Wersja testu **A** 27 marca 2024 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^8 |x-1| dx = \mathbf{25}$

b) $\int_0^8 |x-2| dx = \mathbf{20}$

c) $\int_0^8 |x-3| dx = \mathbf{17}$

d) $\int_0^8 |x-4| dx = \mathbf{16}$

2. Niech $C(k) = \int_{-1}^1 |x|^k dx$. Wówczas

a) $C(7) = \mathbf{1/4}$

b) $C(5) = \mathbf{1/3}$

c) $C(3) = \mathbf{1/2}$

d) $C(2) = \mathbf{2/3}$

3. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x \cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej **co najwyżej jeden symbol "ln"**.

a) $C(\sqrt{3}, 27) = \mathbf{\ln 6}$

b) $C(2, 32) = \mathbf{\ln 5}$

c) $C(16, 2^{120}) = \mathbf{\ln 30}$

d) $C(\sqrt[11]{5}, 125) = \mathbf{\ln 33}$

4. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{x dx}{x^4+1}$. Podaj w postaci niezawierającej symbolu "arctg".

a) $C(1, \sqrt[4]{3}) = \mathbf{\pi/24}$

b) $C(0, 1) = \mathbf{\pi/8}$

c) $C(0, \sqrt[4]{3}) = \mathbf{\pi/6}$

d) $C\left(0, \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right) = \mathbf{\pi/12}$

Kolokwium 3Wersja testu **A** 27 marca 2024 r.

5. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{31x+1}} = \mathbf{36/31}$

b) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{124x+1}} = \mathbf{9/31}$

c) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{62x+1}} = \mathbf{18/31}$

d) $\int_0^{31} \frac{dx}{\sqrt[3]{4x+1}} = \mathbf{9}$

6. Niech $C(k) = \int_0^{k\pi} \sqrt[k]{\sin^k x} dx$. Wówczas

a) $C(6) = \mathbf{12}$

b) $C(4) = \mathbf{8}$

c) $C(2) = \mathbf{4}$

d) $C(3) = \mathbf{2}$

7. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int_0^2 \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{1/10}$

b) $\int_0^{120} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{6}$

c) $\int_{66}^{666} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{30}$

d) $\int_{24}^{2024} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{100}$

8. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \mathbf{25\pi}$

b) $\int_{-10}^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \mathbf{50\pi}$

c) $\int_0^5 \sqrt{25-x^2} dx = \mathbf{25\pi/4}$

d) $\int_{-5}^5 \sqrt{25-x^2} dx = \mathbf{25\pi/2}$

9. Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

$$\text{a) } \int_6^9 \sqrt{x^2 - 32} dx \approx 14,410 \qquad \int_2^7 \sqrt{x^2 + 32} dx \approx \mathbf{36,590}$$

$$\text{b) } \int_6^9 \sqrt{85 - x^2} dx \approx 15,349 \qquad \int_2^7 \sqrt{85 - x^2} dx \approx \mathbf{39,349}$$

$$\text{c) } \int_7^9 \sqrt{85 - x^2} dx \approx 8,823 \qquad \int_2^6 \sqrt{85 - x^2} dx \approx \mathbf{32,823}$$

$$\text{d) } \int_7^9 \sqrt{x^2 - 45} dx \approx 8,506 \qquad \int_2^6 \sqrt{x^2 + 45} dx \approx \mathbf{31,494}$$

10. Podaj wartość całki oznaczonej.

$$\text{a) } \int_5^{10} \sqrt{20x - 2x^2} dx = \frac{25\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{25\pi\sqrt{2}}{4} \qquad \text{b) } \int_5^{10} \sqrt{20x - x^2} dx = \frac{25\pi}{3} + \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{c) } \int_5^{10} \sqrt{100 - x^2} dx = \frac{50\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{2} \qquad \text{d) } \int_5^{10} \sqrt{10x - x^2} dx = \frac{25\pi}{4}$$

11. Podaj wartość całki oznaczonej.

$$\text{a) } \int_2^5 \sqrt{6x - x^2 - 5} dx = \frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{b) } \int_2^4 \sqrt{6x - x^2 - 5} dx = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$$

$$\text{c) } \int_1^2 \sqrt{6x - x^2 - 5} dx = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{d) } \int_3^5 \sqrt{6x - x^2 - 5} dx = \pi$$

Kolokwium 3

Wersja testu **B** 27 marca 2024 r.

ANALIZA 2

27 marca 2024 r., godz. 14:15-15:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Punktacja za zadanie **9** będzie liczona **podwójnie**.

Zadania **10 i 11** to zadania dodatkowe z punktacją liczoną **podwójnie**.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry
NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

Kolokwium 3Wersja testu **B** 27 marca 2024 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^8 |x-3| dx = \mathbf{17}$

b) $\int_0^8 |x-2| dx = \mathbf{20}$

c) $\int_0^8 |x-1| dx = \mathbf{25}$

d) $\int_0^8 |x-4| dx = \mathbf{16}$

2. Niech $C(k) = \int_{-1}^1 |x|^k dx$. Wówczas

a) $C(2) = \mathbf{2/3}$

b) $C(3) = \mathbf{1/2}$

c) $C(7) = \mathbf{1/4}$

d) $C(5) = \mathbf{1/3}$

3. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x \cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej **co najwyżej jeden symbol "ln"**.

a) $C(16, 2^{120}) = \mathbf{\ln 30}$

b) $C(\sqrt{3}, 27) = \mathbf{\ln 6}$

c) $C(2, 32) = \mathbf{\ln 5}$

d) $C(\sqrt[11]{5}, 125) = \mathbf{\ln 33}$

4. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{x dx}{x^4+1}$. Podaj w postaci niezawierającej symbolu "arctg".

a) $C(1, \sqrt[4]{3}) = \mathbf{\pi/24}$

b) $C\left(0, \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right) = \mathbf{\pi/12}$

c) $C(0, \sqrt[4]{3}) = \mathbf{\pi/6}$

d) $C(0, 1) = \mathbf{\pi/8}$

5. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^{31} \frac{dx}{\sqrt[3]{4x+1}} = \mathbf{9}$

b) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{124x+1}} = \mathbf{9/31}$

c) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{62x+1}} = \mathbf{18/31}$

d) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{31x+1}} = \mathbf{36/31}$

6. Niech $C(k) = \int_0^{k\pi} \sqrt[k]{\sin^k x} dx$. Wówczas

a) $C(4) = \mathbf{8}$

b) $C(3) = \mathbf{2}$

c) $C(6) = \mathbf{12}$

d) $C(2) = \mathbf{4}$

7. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int_0^2 \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{1/10}$

b) $\int_0^{120} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{6}$

c) $\int_{24}^{2024} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{100}$

d) $\int_{66}^{666} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{30}$

8. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_{-5}^5 \sqrt{25-x^2} dx = \mathbf{25\pi/2}$

b) $\int_{-10}^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \mathbf{50\pi}$

c) $\int_0^5 \sqrt{25-x^2} dx = \mathbf{25\pi/4}$

d) $\int_0^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \mathbf{25\pi}$

9. Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

$$\text{a) } \int_6^9 \sqrt{85-x^2} dx \approx 15,349 \qquad \int_2^7 \sqrt{85-x^2} dx \approx \mathbf{39,349}$$

$$\text{b) } \int_7^9 \sqrt{x^2-45} dx \approx 8,506 \qquad \int_2^6 \sqrt{x^2+45} dx \approx \mathbf{31,494}$$

$$\text{c) } \int_7^9 \sqrt{85-x^2} dx \approx 8,823 \qquad \int_2^6 \sqrt{85-x^2} dx \approx \mathbf{32,823}$$

$$\text{d) } \int_6^9 \sqrt{x^2-32} dx \approx 14,410 \qquad \int_2^7 \sqrt{x^2+32} dx \approx \mathbf{36,590}$$

10. Podaj wartość całki oznaczonej.

$$\text{a) } \int_5^{10} \sqrt{10x-x^2} dx = \frac{25\pi}{4} \qquad \text{b) } \int_5^{10} \sqrt{20x-2x^2} dx = \frac{25\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{25\pi\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{c) } \int_5^{10} \sqrt{20x-x^2} dx = \frac{25\pi}{3} + \frac{25\sqrt{3}}{2} \qquad \text{d) } \int_5^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \frac{50\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

11. Podaj wartość całki oznaczonej.

$$\text{a) } \int_3^5 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \pi \qquad \text{b) } \int_2^5 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{c) } \int_1^2 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{d) } \int_2^4 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$$

Kolokwium 3

Wersja testu **C** 27 marca 2024 r.

ANALIZA 2

27 marca 2024 r., godz. 14:15-15:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Punktacja za zadanie **9** będzie liczona **podwójnie**.

Zadania **10 i 11** to zadania dodatkowe z punktacją liczoną **podwójnie**.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry
NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

Kolokwium 3Wersja testu **C** 27 marca 2024 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^8 |x-3| dx = \mathbf{17}$

b) $\int_0^8 |x-1| dx = \mathbf{25}$

c) $\int_0^8 |x-4| dx = \mathbf{16}$

d) $\int_0^8 |x-2| dx = \mathbf{20}$

2. Niech $C(k) = \int_{-1}^1 |x|^k dx$. Wówczas

a) $C(7) = \mathbf{1/4}$

b) $C(3) = \mathbf{1/2}$

c) $C(2) = \mathbf{2/3}$

d) $C(5) = \mathbf{1/3}$

3. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x \cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej **co najwyżej jeden symbol "ln"**.

a) $C(2, 32) = \mathbf{\ln 5}$

b) $C(\sqrt{3}, 27) = \mathbf{\ln 6}$

c) $C(16, 2^{120}) = \mathbf{\ln 30}$

d) $C(\sqrt[11]{5}, 125) = \mathbf{\ln 33}$

4. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{x dx}{x^4+1}$. Podaj w postaci niezawierającej symbolu "arctg".

a) $C(1, \sqrt[4]{3}) = \mathbf{\pi/24}$

b) $C(0, \sqrt[4]{3}) = \mathbf{\pi/6}$

c) $C\left(0, \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right) = \mathbf{\pi/12}$

d) $C(0, 1) = \mathbf{\pi/8}$

5. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{62x+1}} = \mathbf{18/31}$

b) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{31x+1}} = \mathbf{36/31}$

c) $\int_0^{31} \frac{dx}{\sqrt[3]{4x+1}} = \mathbf{9}$

d) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{124x+1}} = \mathbf{9/31}$

6. Niech $C(k) = \int_0^{k\pi} \sqrt[k]{\sin^k x} dx$. Wówczas

a) $C(4) = \mathbf{8}$

b) $C(3) = \mathbf{2}$

c) $C(6) = \mathbf{12}$

d) $C(2) = \mathbf{4}$

7. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int_0^{120} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{6}$

b) $\int_{24}^{2024} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{100}$

c) $\int_0^2 \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{1/10}$

d) $\int_{66}^{666} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{30}$

8. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \mathbf{25\pi}$

b) $\int_{-10}^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \mathbf{50\pi}$

c) $\int_0^5 \sqrt{25-x^2} dx = \mathbf{25\pi/4}$

d) $\int_{-5}^5 \sqrt{25-x^2} dx = \mathbf{25\pi/2}$

9. Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

$$\text{a) } \int_6^9 \sqrt{85-x^2} dx \approx 15,349 \qquad \int_2^7 \sqrt{85-x^2} dx \approx \mathbf{39,349}$$

$$\text{b) } \int_6^9 \sqrt{x^2-32} dx \approx 14,410 \qquad \int_2^7 \sqrt{x^2+32} dx \approx \mathbf{36,590}$$

$$\text{c) } \int_7^9 \sqrt{85-x^2} dx \approx 8,823 \qquad \int_2^6 \sqrt{85-x^2} dx \approx \mathbf{32,823}$$

$$\text{d) } \int_7^9 \sqrt{x^2-45} dx \approx 8,506 \qquad \int_2^6 \sqrt{x^2+45} dx \approx \mathbf{31,494}$$

10. Podaj wartość całki oznaczonej.

$$\text{a) } \int_5^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \frac{50\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{2} \qquad \text{b) } \int_5^{10} \sqrt{20x-2x^2} dx = \frac{25\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{25\pi\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{c) } \int_5^{10} \sqrt{20x-x^2} dx = \frac{25\pi}{3} + \frac{25\sqrt{3}}{2} \qquad \text{d) } \int_5^{10} \sqrt{10x-x^2} dx = \frac{25\pi}{4}$$

11. Podaj wartość całki oznaczonej.

$$\text{a) } \int_2^5 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{b) } \int_1^2 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{c) } \int_2^4 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} \qquad \text{d) } \int_3^5 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \pi$$

Kolokwium 3

Wersja testu **D** 27 marca 2024 r.

ANALIZA 2

27 marca 2024 r., godz. 14:15-15:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Punktacja za zadanie **9** będzie liczona **podwójnie**.

Zadania **10 i 11** to zadania dodatkowe z punktacją liczoną **podwójnie**.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry
NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^8 |x-1| dx = \mathbf{25}$

b) $\int_0^8 |x-4| dx = \mathbf{16}$

c) $\int_0^8 |x-2| dx = \mathbf{20}$

d) $\int_0^8 |x-3| dx = \mathbf{17}$

2. Niech $C(k) = \int_{-1}^1 |x|^k dx$. Wówczas

a) $C(7) = \mathbf{1/4}$

b) $C(2) = \mathbf{2/3}$

c) $C(5) = \mathbf{1/3}$

d) $C(3) = \mathbf{1/2}$

3. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x \cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej **co najwyżej jeden symbol "ln"**.

a) $C(16, 2^{120}) = \mathbf{\ln 30}$

b) $C(\sqrt{3}, 27) = \mathbf{\ln 6}$

c) $C(\sqrt[11]{5}, 125) = \mathbf{\ln 33}$

d) $C(2, 32) = \mathbf{\ln 5}$

4. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{x dx}{x^4+1}$. Podaj w postaci niezawierającej symbolu "arctg".

a) $C(1, \sqrt[4]{3}) = \mathbf{\pi/24}$

b) $C\left(0, \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right) = \mathbf{\pi/12}$

c) $C(0, 1) = \mathbf{\pi/8}$

d) $C(0, \sqrt[4]{3}) = \mathbf{\pi/6}$

5. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{62x+1}} = \mathbf{18/31}$

b) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{31x+1}} = \mathbf{36/31}$

c) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{124x+1}} = \mathbf{9/31}$

d) $\int_0^{31} \frac{dx}{\sqrt[3]{4x+1}} = \mathbf{9}$

6. Niech $C(k) = \int_0^{k\pi} \sqrt[k]{\sin^k x} dx$. Wówczas

a) $C(4) = \mathbf{8}$

b) $C(3) = \mathbf{2}$

c) $C(6) = \mathbf{12}$

d) $C(2) = \mathbf{4}$

7. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int_{66}^{666} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{30}$

b) $\int_0^{120} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{6}$

c) $\int_{24}^{2024} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{100}$

d) $\int_0^2 \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{1/10}$

8. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \mathbf{25\pi}$

b) $\int_{-10}^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \mathbf{50\pi}$

c) $\int_0^5 \sqrt{25-x^2} dx = \mathbf{25\pi/4}$

d) $\int_{-5}^5 \sqrt{25-x^2} dx = \mathbf{25\pi/2}$

9. Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

$$\text{a) } \int_6^9 \sqrt{x^2 - 32} dx \approx 14,410 \qquad \int_2^7 \sqrt{x^2 + 32} dx \approx \mathbf{36,590}$$

$$\text{b) } \int_7^9 \sqrt{85 - x^2} dx \approx 8,823 \qquad \int_2^6 \sqrt{85 - x^2} dx \approx \mathbf{32,823}$$

$$\text{c) } \int_6^9 \sqrt{85 - x^2} dx \approx 15,349 \qquad \int_2^7 \sqrt{85 - x^2} dx \approx \mathbf{39,349}$$

$$\text{d) } \int_7^9 \sqrt{x^2 - 45} dx \approx 8,506 \qquad \int_2^6 \sqrt{x^2 + 45} dx \approx \mathbf{31,494}$$

10. Podaj wartość całki oznaczonej.

$$\text{a) } \int_5^{10} \sqrt{10x - x^2} dx = \frac{25\pi}{4} \qquad \text{b) } \int_5^{10} \sqrt{100 - x^2} dx = \frac{50\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{c) } \int_5^{10} \sqrt{20x - 2x^2} dx = \frac{25\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{25\pi\sqrt{2}}{4} \qquad \text{d) } \int_5^{10} \sqrt{20x - x^2} dx = \frac{25\pi}{3} + \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

11. Podaj wartość całki oznaczonej.

$$\text{a) } \int_2^5 \sqrt{6x - x^2 - 5} dx = \frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{b) } \int_3^5 \sqrt{6x - x^2 - 5} dx = \pi$$

$$\text{c) } \int_2^4 \sqrt{6x - x^2 - 5} dx = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} \qquad \text{d) } \int_1^2 \sqrt{6x - x^2 - 5} dx = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Kolokwium 3

Wersja testu **E** 27 marca 2024 r.

ANALIZA 2

27 marca 2024 r., godz. 14:15-15:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Punktacja za zadanie **9** będzie liczona **podwójnie**.

Zadania **10 i 11** to zadania dodatkowe z punktacją liczoną **podwójnie**.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry
NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^8 |x-2| dx = \mathbf{20}$

b) $\int_0^8 |x-1| dx = \mathbf{25}$

c) $\int_0^8 |x-3| dx = \mathbf{17}$

d) $\int_0^8 |x-4| dx = \mathbf{16}$

2. Niech $C(k) = \int_{-1}^1 |x|^k dx$. Wówczas

a) $C(3) = \mathbf{1/2}$

b) $C(5) = \mathbf{1/3}$

c) $C(2) = \mathbf{2/3}$

d) $C(7) = \mathbf{1/4}$

3. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x \cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej **co najwyżej jeden symbol "ln"**.

a) $C(\sqrt[11]{5}, 125) = \mathbf{\ln 33}$

b) $C(\sqrt{3}, 27) = \mathbf{\ln 6}$

c) $C(16, 2^{120}) = \mathbf{\ln 30}$

d) $C(2, 32) = \mathbf{\ln 5}$

4. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{x dx}{x^4 + 1}$. Podaj w postaci niezawierającej symbolu "arctg".

a) $C(0, \sqrt[4]{3}) = \mathbf{\pi/6}$

b) $C\left(0, \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right) = \mathbf{\pi/12}$

c) $C(1, \sqrt[4]{3}) = \mathbf{\pi/24}$

d) $C(0, 1) = \mathbf{\pi/8}$

Kolokwium 3Wersja testu **E** 27 marca 2024 r.

5. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{124x+1}} = \mathbf{9/31}$

b) $\int_0^{31} \frac{dx}{\sqrt[3]{4x+1}} = \mathbf{9}$

c) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{31x+1}} = \mathbf{36/31}$

d) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{62x+1}} = \mathbf{18/31}$

6. Niech $C(k) = \int_0^{k\pi} \sqrt[k]{\sin^k x} dx$. Wówczas

a) $C(3) = \mathbf{2}$

b) $C(4) = \mathbf{8}$

c) $C(6) = \mathbf{12}$

d) $C(2) = \mathbf{4}$

7. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int_0^2 \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{1/10}$

b) $\int_{66}^{666} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{30}$

c) $\int_{24}^{2024} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{100}$

d) $\int_0^{120} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{6}$

8. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^5 \sqrt{25-x^2} dx = \mathbf{25\pi/4}$

b) $\int_{-5}^5 \sqrt{25-x^2} dx = \mathbf{25\pi/2}$

c) $\int_{-10}^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \mathbf{50\pi}$

d) $\int_0^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \mathbf{25\pi}$

9. Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

$$\text{a) } \int_7^9 \sqrt{85-x^2} dx \approx 8,823 \qquad \int_2^6 \sqrt{85-x^2} dx \approx \mathbf{32,823}$$

$$\text{b) } \int_7^9 \sqrt{x^2-45} dx \approx 8,506 \qquad \int_2^6 \sqrt{x^2+45} dx \approx \mathbf{31,494}$$

$$\text{c) } \int_6^9 \sqrt{85-x^2} dx \approx 15,349 \qquad \int_2^7 \sqrt{85-x^2} dx \approx \mathbf{39,349}$$

$$\text{d) } \int_6^9 \sqrt{x^2-32} dx \approx 14,410 \qquad \int_2^7 \sqrt{x^2+32} dx \approx \mathbf{36,590}$$

10. Podaj wartość całki oznaczonej.

$$\text{a) } \int_5^{10} \sqrt{10x-x^2} dx = \frac{25\pi}{4} \qquad \text{b) } \int_5^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \frac{50\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{c) } \int_5^{10} \sqrt{20x-2x^2} dx = \frac{25\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{25\pi\sqrt{2}}{4} \qquad \text{d) } \int_5^{10} \sqrt{20x-x^2} dx = \frac{25\pi}{3} + \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

11. Podaj wartość całki oznaczonej.

$$\text{a) } \int_3^5 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \pi \qquad \text{b) } \int_2^5 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{c) } \int_2^4 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} \qquad \text{d) } \int_1^2 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Kolokwium 3

Wersja testu **F** 27 marca 2024 r.

ANALIZA 2

27 marca 2024 r., godz. 14:15-15:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Punktacja za zadanie **9** będzie liczona **podwójnie**.

Zadania **10 i 11** to zadania dodatkowe z punktacją liczoną **podwójnie**.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry
NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

Kolokwium 3Wersja testu **F** 27 marca 2024 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^8 |x-4| dx = \mathbf{16}$

b) $\int_0^8 |x-3| dx = \mathbf{17}$

c) $\int_0^8 |x-1| dx = \mathbf{25}$

d) $\int_0^8 |x-2| dx = \mathbf{20}$

2. Niech $C(k) = \int_{-1}^1 |x|^k dx$. Wówczas

a) $C(5) = \mathbf{1/3}$

b) $C(2) = \mathbf{2/3}$

c) $C(7) = \mathbf{1/4}$

d) $C(3) = \mathbf{1/2}$

3. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x \cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej **co najwyżej jeden symbol "ln"**.

a) $C(16, 2^{120}) = \mathbf{\ln 30}$

b) $C(2, 32) = \mathbf{\ln 5}$

c) $C(\sqrt[11]{5}, 125) = \mathbf{\ln 33}$

d) $C(\sqrt{3}, 27) = \mathbf{\ln 6}$

4. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{x dx}{x^4+1}$. Podaj w postaci niezawierającej symbolu "arctg".

a) $C\left(0, \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right) = \mathbf{\pi/12}$

b) $C(0, 1) = \mathbf{\pi/8}$

c) $C(1, \sqrt[4]{3}) = \mathbf{\pi/24}$

d) $C(0, \sqrt[4]{3}) = \mathbf{\pi/6}$

Kolokwium 3Wersja testu **F** 27 marca 2024 r.

5. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{62x+1}} = \mathbf{18/31}$

b) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{124x+1}} = \mathbf{9/31}$

c) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{31x+1}} = \mathbf{36/31}$

d) $\int_0^{31} \frac{dx}{\sqrt[3]{4x+1}} = \mathbf{9}$

6. Niech $C(k) = \int_0^{k\pi} \sqrt[k]{\sin^k x} dx$. Wówczas

a) $C(2) = \mathbf{4}$

b) $C(6) = \mathbf{12}$

c) $C(4) = \mathbf{8}$

d) $C(3) = \mathbf{2}$

7. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int_{24}^{2024} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{100}$

b) $\int_0^{120} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{6}$

c) $\int_{66}^{666} \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{30}$

d) $\int_0^2 \{x\}^3 - \{x\}^4 dx = \mathbf{1/10}$

8. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^5 \sqrt{25-x^2} dx = \mathbf{25\pi/4}$

b) $\int_0^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \mathbf{25\pi}$

c) $\int_{-5}^5 \sqrt{25-x^2} dx = \mathbf{25\pi/2}$

d) $\int_{-10}^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \mathbf{50\pi}$

9. Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

$$\text{a) } \int_6^9 \sqrt{85-x^2} dx \approx 15,349 \qquad \int_2^7 \sqrt{85-x^2} dx \approx \mathbf{39,349}$$

$$\text{b) } \int_6^9 \sqrt{x^2-32} dx \approx 14,410 \qquad \int_2^7 \sqrt{x^2+32} dx \approx \mathbf{36,590}$$

$$\text{c) } \int_7^9 \sqrt{x^2-45} dx \approx 8,506 \qquad \int_2^6 \sqrt{x^2+45} dx \approx \mathbf{31,494}$$

$$\text{d) } \int_7^9 \sqrt{85-x^2} dx \approx 8,823 \qquad \int_2^6 \sqrt{85-x^2} dx \approx \mathbf{32,823}$$

10. Podaj wartość całki oznaczonej.

$$\text{a) } \int_5^{10} \sqrt{100-x^2} dx = \frac{50\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{2} \qquad \text{b) } \int_5^{10} \sqrt{20x-2x^2} dx = \frac{25\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{25\pi\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{c) } \int_5^{10} \sqrt{10x-x^2} dx = \frac{25\pi}{4} \qquad \text{d) } \int_5^{10} \sqrt{20x-x^2} dx = \frac{25\pi}{3} + \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

11. Podaj wartość całki oznaczonej.

$$\text{a) } \int_3^5 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \pi \qquad \text{b) } \int_2^4 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$$

$$\text{c) } \int_2^5 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{d) } \int_1^2 \sqrt{6x-x^2-5} dx = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$