

Zadania do omówienia¹ na ćwiczeniach we wtorek/środę 12/13.04.2022.

Zadania należy spróbować rozwiązać przed zajęciami.

146. Udowodnić zbieżność całki niewłaściwej

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{\pi} dx}{\sqrt{x^9 + x^8}}.$$

147. Udowodnić zbieżność całki niewłaściwej

$$\int_0^{\infty} \frac{x^e dx}{x^4 + x^3}.$$

148. Udowodnić zbieżność całki niewłaściwej

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x^5 + x^3}}{\sqrt[3]{x^{11} + x^7}} dx.$$

149. Wyznaczyć zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których całka niewłaściwa

$$\int_0^{\infty} \frac{x^p}{\sqrt{x^4 + x^3}} dx$$

jest zbieżna.

Zbadać zbieżność całek niewłaściwych, obliczyć wartości całek zbieżnych.

150. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \cdot \ln x} = \dots\dots\dots$

151. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \cdot (\ln x)^2} = \dots\dots\dots$

152. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \cdot (\ln x)^{1001/1000}} = \dots\dots\dots$

153. $\int_3^{\infty} \frac{dx}{x \cdot \ln x \cdot \ln \ln x} = \dots\dots\dots$

154. $\int_3^{\infty} \frac{dx}{x \cdot \ln x \cdot (\ln \ln x)^2} = \dots\dots\dots$

155. $\int_0^{\infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x} dx = \dots\dots\dots$

156. $\int_0^{\infty} x^8 \cdot \sin x^9 dx = \dots\dots\dots$

157. $\int_0^{32} \frac{dx}{\sqrt[5]{x}} = \dots\dots\dots$

158. $\int_0^1 \ln x dx = \dots\dots\dots$

159. $\int_1^{\infty} \sqrt{x} dx = \dots\dots\dots$

¹Zadania 160–165 są dość podobne, nie trzeba wszystkich omawiać szczegółowo. Należy jednak zwrócić szczególną uwagę na poradzenie sobie z przejściem granicznym.

160. Obliczyć wartość całki niewłaściwej

$$\int_4^{\infty} \frac{5x-2}{x^3+x^2-2x} dx$$

i po uproszczeniu wyniku określić, czy wartość ta jest większa czy mniejsza od 1.

161. Obliczyć wartość całki niewłaściwej

$$\int_{1/3}^{\infty} \frac{dx}{16x^3+x}.$$

Doprowadzić wynik do postaci $\ln w$, gdzie w liczbą wymierną dodatnią.

162. Obliczyć wartość całki niewłaściwej

$$\int_7^{\infty} \frac{dx}{x^3+x}$$

lub wykazać, że całka ta jest rozbieżna.

163. Obliczyć wartość całki niewłaściwej

$$\int_6^{\infty} \frac{3x+2}{x^3-4x} dx$$

lub wykazać, że całka ta jest rozbieżna.

164. Obliczyć wartość całki niewłaściwej

$$\int_5^{\infty} \frac{2x+3}{x^3-9x} dx$$

lub wykazać, że całka ta jest rozbieżna.

165. Obliczyć wartość całki niewłaściwej

$$\int_4^{\infty} \frac{dx}{x \cdot (x+2) \cdot (x+5)}.$$

Doprowadzić wynik do postaci $w \cdot \ln \frac{p}{q}$, gdzie p, q są liczbami pierwszymi, a w liczbą wymierną dodatnią.