

Kolokwium nr 4: materiał zadań 1–262.

Grupy 1, 2, 3: wtorek 7.06.2022, godz. 12:15-13:20.

Grupa 4: środa 8.06.2022, godz. 16:15-17:20.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach¹ we wtorek/środę 31.05/1.06.2022.

Zadania należy spróbować rozwiązać przed zajęciami.

Zbadać zbieżność zespolonych szeregów liczbowych:

$$253. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + in + 1}$$

$$254. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n^6 + i}$$

$$255. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n^5 + i}$$

Wyznaczyć obszary zbieżności zespolonych szeregów potęgowych:

$$256. \sum_{n=0}^{\infty} n! z^{n^2}$$

$$257. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n z^n}{\sqrt{n}}$$

$$258. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n z^{3n}}{\sqrt[3]{n}}$$

$$259. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{6n}}{n}$$

260. Obliczyć sumę szeregu geometrycznego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^n}.$$

Naszkieować na płaszczyźnie zespolonej kilka jego początkowych sum częściowych.

Zapisać szeregi (o wyrazach rzeczywistych) części rzeczywistych i urojonych jego wyrazów. Podać sumy tych szeregów (z jednej strony uzyskać je z sumy danego szeregu zespolonego, a z drugiej strony wyliczyć bezpośrednio).

261. Korzystając ze wzorów

$$-\ln(1-z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n} \quad |z| \leq 1, z \neq 1$$

oraz

$$\ln z = \ln|z| + i \cdot \arg z \quad \arg z \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1}.$$

Skonfrontować wynik z zadaniem 205 z listy 10.

Wskazówka: Dodać szeregi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}$$

dla $z \in \left\{-1, \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i\right\}$, przemnożone przez odpowiednie współczynniki.

262. Obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos nx}{3^n}$$

sprowadzając wynik do postaci

$$\frac{a + b \cos x}{c + d \cos x},$$

gdzie a, b, c, d są liczbami całkowitymi.

¹Na początku ćwiczeń dokończona zostanie poprzednia lista zadań.