

Lista 12

Zadanie 1 (1 punkt). Niech

- A to koło o środku $(3, 3)$ i promieniu 4,
- B to trójkąt o wierzchołkach $(-2, 1)$, $(3, 4)$ i $(-1, 5)$,
- C to półpłaszczyzna $y > 4$.

Przybliż eksperymentalnie pole figury $(B \setminus A) \cup (C \cap A)$.

Wskazówka: uogólnij sposób przybliżania wartości π z wykładu.

Zadanie 2 (1 punkt). Rozważmy grę, w której gracz wykonuje kolejne rzuty kością sześcienną. Gra kończy się, gdy znajdą **równocześnie** następujące trzy warunki:

- W sumie zostały wykonane co najmniej trzy rzuty.
- Suma oczek w ostatnich trzech rzutach wynosi 10.
- W przedostatnim rzucie nie wypadło 1.

Oszacuj eksperymentalnie średnią ilość rzutów, po której gra się kończy.

Zadanie 3 (1 punkt). Napisz funkcję, która dla zadanych $k, n \in \mathbb{N}^+$ szacuje eksperymentalnie prawdopodobieństwo, że w losowym zbiorze n osób znajduje się co najmniej k osób mających urodziny tego samego dnia. Możesz założyć, że każdego dnia rodzi się średnio tyle samo osób i że nie ma lat przestępnych.

Zadanie 4 (1 punkt). Ustalmy $n_w, n_z \in \mathbb{N}$ oraz $p_w, p_z \in (0, 1)$. Rozważmy następujący proces losowy. Ustalmy planszę złożoną z dziesięciu kolejnych pól. W systemie turowym po planszy poruszają się wilki i zajęce. Początkowo wilków i zajęcy¹ jest n_w i n_z odpowiednio. Wszystkie stworzenia zaczynają wędrówkę z pierwszego pola planszy i zawsze poruszają się w kierunku końcowego pola.

Każda pojedyncza tura składa się z następujących **trzech** kroków:

- Najpierw każdy zajęca porusza się o jedno pole do przodu (z prawdopodobieństwem p_z) lub stoi w miejscu (z prawdopodobieństwem $1 - p_z$).
- Następnie każdy wilk porusza się o jedno pole do przodu (z prawdopodobieństwem p_w) lub stoi w miejscu (z prawdopodobieństwem $1 - p_w$). Jeśli wilk wykona ruch do przodu, wówczas zjada wszystkie zajęce stojące na polu, na które wstąpił. Zjedzone zajęce nie wykonują żadnych dalszych ruchów.
- Na końcu każdy zajęca ponownie porusza się o jedno pole do przodu (z prawdopodobieństwem p_z) lub stoi w miejscu (z prawdopodobieństwem $1 - p_z$).

Każdy ruch każdego zajęcia (lub wilka) jest rozstrzygany osobno. Jeśli w wyniku danego ruchu wilk lub zajęca osiągnie ostatnie pole planszy, proces natychmiast kończy się wygraną (odpowiednio) wilków lub zajęcy. Napisz funkcję, która dla parametrów n_w, n_z, p_w, p_z przeprowadza pojedynczą symulację takiego procesu i zwraca informację, która strona wygrała. Możesz założyć, że n_w i n_z nie są jednocześnie równe 0.

¹Poprawnie jest też *zajęców*.