

KONSPEKT LEKCJI MATEMATYKI

Temat: Ułamek jako wynik dzielenia – wyłączenie całości z ułamka.

Temat lekcji: Ułamek jako wynik dzielenia.

Upřednio zrealizowane treści nauczania:

- dzielenie z resztą,
- ułamek jako część całości (pojęcie ułamka, jego elementy: licznik, mianownik, kreska ułamkowa),
- liczby mieszane (ich części całkowita i ułamkowa, określanie ilości za ich pomocą),
- porównywanie ułamków,
- rozszerzanie i skracanie ułamków,
- ułamki niewłaściwe (definicje ułamków właściwych i niewłaściwych, zamiana ułamków niewłaściwych na liczby naturalne i mieszane oraz operacje odwrotne).

Cele:

- przypomnienie uczniom pojęć: iloraz, dzielna, dzielnik,
- utrwalenie dotychczasowych wiadomości o ułamkach zwykłych,
- wskazanie uczniom zależności pomiędzy ułamkiem a ilorazem oraz analogii w ich zapisie,
- kształtowanie u uczniów umiejętności zapisu ilorazu liczb naturalnych jako ułamka zwykłego i odwrotnie,
- wskazanie uczniom, że podczas zamiany ułamków na liczby mieszane wykonują dzielenie z resztą,
- zapoznanie uczniów z pojęciem wyłączenia całości z ułamka (wskazanie, że jest to inaczej zamiana ułamków niewłaściwych na liczby naturalne lub mieszane),
- doskonalenie umiejętności wyłączenia całości z ułamków zwykłych.

Metody pracy:

- wyjaśnianie,
- metoda heurystyczna,
- demonstracja,
- rozwiązywanie zadań z komentowaniem,
- ćwiczenia praktyczne,
- indywidualne i grupowe rozwiązywanie zadań.

Formy pracy:

- praca zbiorowa,
- praca indywidualna.

Środki dydaktyczne:

- tort z papieru pocięty na 6 równych części,
- 6 magnesów,
- papierowe pizze po 3 sztuki dla każdego ucznia – każda pocięta na 4 równe części,
- karty pracy nr 1 i nr 2 dla każdego ucznia (zaprojektowane na podstawie podręczników ujętych w źródłach - komplet dla jednego ucznia w załączeniu),
- 5 jabłek i nożyk do ich przekrojenia.

Czas trwania zajęć:

45 minut

Klasa:

IV

Liczba uczestników:

około 24

Przebieg zajęć:

Część wprowadzająca:

1. Przypomnienie wiadomości i umiejętności związanych z ułamkami zwykłymi.

Abyście mogli zrozumieć wszystko, o czym będzie mowa na lekcji i co będziemy ćwiczyć, musimy przypomnieć sobie podstawowe wiadomości o ułamkach. Powiedzcie mi, z czego składa się ułamek? Dobrze: z licznika, który jest liczbą nad kreską ułamkową i z mianownika pod kreską ułamkową. No i oczywiście z tejże kreski ułamkowej.

Nauczyciel jednocześnie wskazuje je na ułamku zapisanym na tablicy.

Rozdam wam teraz papierowe pizze, które znacie z poprzednich lekcji.

Nauczyciel rozdaje dzieciom po 3 pizze wycięte z papieru i porozcinane każda na 4 części.

Na początek proszę o ułożenie trzech pizz z kawałków, które dostaliście.

Każdy z was częstuje się jednym kawałkiem ze swojej pierwszej pizzy. Jaka to jest część całej pizzy, jaki to ułamek?

Dobrze, jeden kawałek to w naszym przypadku $\frac{1}{4}$ pizzy.

Czy $\frac{1}{4}$ to ułamek właściwy czy niewłaściwy? Właściwy. Dobrze.

A teraz zjadamy dwa kawałki z następnej pizzy. Te dwa kawałki to jaka część całej pizzy? $\frac{2}{4}$ dobrze.



Czy $\frac{2}{4}$ to ułamek właściwy?

Tak. Nauczyciel zapisuje ułamek na tablicy. **Co można z nim zrobić?** Uczniowie odpowiadają, że można go skrócić. **Tak, i otrzymamy wtedy...?** Uczniowie odpowiadają: jedną drugą, a nauczyciel zapisuje.

A teraz zabierzcie z trzeciej pizzy cztery czwarte. Czy $\frac{4}{4}$ to ułamek właściwy?

Tak, jest to ułamek niewłaściwy. Co możemy z nim zrobić? Tak, możemy go skrócić, ale możemy także zamienić go na co? Właśnie – na liczbę naturalną. Nauczyciel jednocześnie zapisuje na tablicy ułamek, skraca go tak jak podają dzieci i zamienia na liczbę naturalną, czyli:

$$\frac{4}{4} = \frac{2}{2} = 1$$

2. Zapis ilorazu

Przypomnijcie, jakim słowem określamy działanie polegające na dzieleniu? Uczniowie odpowiadają. **Tak, to oczywiście iloraz. Poproszę ochotnika do tablicy, by zapisał nam dowolne działanie będące ilorazem.** Jedno z chętnych dzieci poproszone przez nauczyciela podchodzi do tablicy i zapisuje iloraz liczb naturalnych np. $2 : 1$, $10 : 5$ itp.

Jak nazywa się w ilorazie liczba, którą mamy podzielić? Nauczyciel wskazuje pierwszą z zapisanych liczb, a uczniowie odpowiadają. **Tak to dzielna. A ta liczba, przez którą dzielimy?** Uczniowie odpowiadają. **To oczywiście dzielnik. Jak wicie symbolem dzielenia jest znak złożony z dwóch kropek, a czy widzieliście gdzieś inny symbol oznaczający dzielenie?** Uczniowie odpowiadają. Z ewentualną pomocą nauczyciela wymieniają symbole: ukośnej kreski, który jest stosowany np. w klawiaturach komputerowych oraz symbol kreski pomiędzy dwiema kropkami stosowany w kalkulatorach. Nauczyciel obok ilorazu zapisanego wcześniej na tablicy, zapisuje ułamek zwykły złożony z tych samych liczb, np.:

$$2 : 1 \quad \frac{2}{1}$$

Czy dostrzegacie, co wspólnego ma działanie dzielenia z zapisanym przeze mnie ułamkiem? Tym podobieństwem właśnie zajmiemy się na dzisiejszej lekcji. Zapiszcie temat w zeszytach. Nauczyciel zapisuje temat na tablicy: **Ułamek jako wynik dzielenia.**

Część zasadnicza:

1. Przedstawienie ułamka jako ilorazu.

Jak zauważyliście dzielenie i jego zapis ma pewne elementy, które możemy porównać do ułamka – nauczyciel wskazuje te zapisane wcześniej na tablicy. **W naszym zapisie dzielenia mamy dwie liczby i pomiędzy nimi znak, a w ułamku także mamy dwie liczby, a pomiędzy nimi kreskę ułamkową. Te zapisy są więc podobne. Jak powiedzieliśmy, na klawiaturach komputerów i kalkulatorów znaki dzielenia to kreska lub kreska z kropkami – to zupełnie jak kreska ułamkowa. Dzielną to licznik w ułamku. Zgadza się? A dzielnik w naszym działaniu to mianownik w ułamku. Sprawdźmy, czy skoro ten iloraz i ułamek są takie podobne, to można o nich powiedzieć, że oznaczają to samo?**

Nauczyciel przypina magnesami do tablicy duży papierowy tort pocięty na 6 części.



Przypina go najpierw w całości. **Mamy tutaj pyszny tort, który trzeba podzielić pomiędzy 6 gości, jak to zrobimy i jak to zapiszemy?** Dzieli tort na 6 części (rozsuwając elementy). **Jak to zapisać?** Nauczyciel pisząc na tablicy tłumaczy. **Mamy 1 tort, który dzielimy pomiędzy 6 gości, czyli na 6 części. Zapisujemy działanie:**

1 : 6

Jedna część tortu to inaczej? Zgadza się to 1/6. Zobaczcie, gdy dzielimy jeden tort na 6 części to otrzymujemy części, z których każda to 1/6 tortu. Więc możemy zapisać, że:

$$1 : 6 = \frac{1}{6}$$

Okazało się, że nasze działanie zapisujące dzielenie czyli iloraz jest ... ułamkiem. Widzimy, że jest to ta sama wartość.

Inny przykład: podzielmy tort między 3 gości. Czyli:

$$1 : 3 = (\text{ile? Dobrze:}) \frac{1}{3}$$

Zauważamy, że jeśli 1 tort podzielimy na trzy części to uzyskamy wynik $\frac{1}{3}$

Poćwiczcie teraz samodzielnie na naszych pizzach.

Posłuchajcie, te trzy pizze, które każde z was ma przed sobą, trzeba podzielić po równo pomiędzy czterech bardzo głodnych nauczycieli. Spróbujcie sami tak je podzielić, aby dostali po równo i nie musieli się sprzeczać. Nauczyciel daje uczniom chwilę czasu na wykonanie tego zadania i sprawdza, czy uczniowie dobrze podzielili pizze. **Ile pizzy - jaką jej część dostanie każdy z nauczycieli?**

$\frac{3}{4}$ **Zgadza się. Zapiszmy na tablicy działanie jakie wykonaliśmy dzieląc pizze: mieliśmy 3 pizze i podzieliliśmy je na cztery równe części, więc zapiszemy:**

$$3 : 4 =$$

i każdy otrzymał $\frac{3}{4}$ pizzy więc wiemy, że :

$$3 : 4 = \frac{3}{4}$$

Zobaczcie, że skoro iloraz możemy zapisać jako ułamek, to również możemy zrobić odwrotnie: ułamek zapisać jako iloraz czyli dzielenie. Przepiszcie to działanie do zeszytów na kolorowo i w ramce. Kiedy uczniowie skończą, nauczyciel dyktuje zdanie do zapisania. **Zapisać pod spodem również na kolorowo: *Kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia.***

2. Ćwiczenia w zapisywaniu ułamków jako ilorazów i odwrotnie.

Rozdam wam karty z zadaniami do samodzielnego rozwiązania, kiedy skończycie sprawdzimy je wspólnie. Nauczyciel rozdaje karty pracy nr 1 (w załączeniu).

Zadania z karty pracy nr 1:

1. Zapisz ilorazy w postaci ułamków:

$$6 : 8 = \qquad 11 : 13 =$$

$$3 : 7 = \qquad 14 : 15 =$$

$$5 : 9 = \qquad 17 : 19 =$$

2. Ułamki zapisz w postaci ilorazów:

$$\frac{1}{2} = \qquad \frac{16}{19} = \qquad \frac{15}{3} =$$

$$\frac{3}{7} = \qquad \frac{9}{10} = \qquad \frac{8}{7} =$$

3. Trzy czekolady podzielono równo pomiędzy 8 osób, jaką część czekolady otrzymała każda z tych osób? Zapisz odpowiednie działanie.

Podczas, gdy uczniowie rozwiązują zadania, nauczyciel przygląda się ich pracy i udziela wskazówek. Kiedy uczniowie skończą zadania, wybrany uczeń odczytuje na głos swoje wyniki, a nauczyciel potwierdza lub nie ich poprawność. Jeżeli zachodzi potrzeba wyjaśnienia, dlaczego przykład jest niepoprawnie zapisany i jaki powinien być zapis.

3. Wyłączanie całości z ułamka.

Potrafficie już skracać ułamki i zamieniać ułamki niewłaściwe na liczby naturalne i mieszane.

Przypomnijmy sobie jak to robimy. Na przykład:

$$\frac{6}{3}$$

Sprawdzamy, ile razy liczba 3 zmieści się w liczbie 6. Ile razy? 2 zgadza się. Czy zostaje nam reszta? Nie, więc:

$$\frac{6}{3} = 2$$

Zatem w tym przypadku ułamek można zapisać jako liczbę naturalną. Kolejny przykład:

$$\frac{7}{3}$$

Ile razy liczba 3 mieści się w liczbie 7? 2 razy. Czy zostaje reszta? Tak: 1.

$$\frac{7}{3} = 7 : 3 \qquad 7 : 3 = 2 \text{ r } 1$$

zatem $7 : 3 = 2 \frac{1}{3}$

W tym przypadku (gdy mamy resztę), ułamek możemy zastąpić liczbą mieszaną.

Czyli:

$$\frac{7}{3} = 2 \frac{1}{3}$$

Taka zamiana nosi nazwę wyłączania całości z ułamka, ponieważ zapisujemy, ile w ułamku mamy całości, a tylko to co pozostanie nam jako reszta zapisujemy, jako ułamek.

Teraz, gdy już wiemy, że ułamki to inaczej zapis dzielenia, taka zamiana ułamków niewłaściwych na liczby naturalne lub mieszane stanie się łatwiejsza. Kolejny przykład. Nauczyciel zapisuje na tablicy działanie mówiąc jednocześnie, co zapisuje:

$$\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

Zgadza się? 2 bo tyle razy 3 mieści się w 8, a zamiast reszty zapisujemy ułamek, gdzie w liczniku jest 2, bo reszta wynosi 2, a mianownik zostaje ten sam czyli 3.

Wiemy też, że ułamek jest innym zapisem dzielenia, więc co to tak naprawdę jest wyłączenie tej całości z ułamka? Tak, jest to dzielenie licznika przez mianownik, a wynik zapisujemy jako liczbę całości – czyli liczbę naturalną - i ułamek, gdy mamy resztę. Zapiszcie również na kolorowo przykład: (Nauczyciel zapisuje go na tablicy wraz z objaśnieniami jak poniżej).

$$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

A pod spodem zapiszcie również na kolorowo: **Wyłączanie całości z ułamka.**

A teraz jeszcze jeden przykład. Poproszę dwóch ochotników. Nauczyciel zaprasza ich na środek sali. Mam tutaj pięć jabłek. Chcę je podzielić między Waszą dwójkę po równo. Jakie mam ułożyć działanie? Uczniowie odpowiadają, a nauczyciel zapisuje na tablicy:

5 : 2 a to z kolei jest ułamek:

$$\frac{5}{2}$$

Nauczyciel rozdziela jabłka pomiędzy dwóch ochotników. Po ile jabłek otrzymaliście? Po 2 i 1 jabłko zostało. Zapisujemy, że:

$$\frac{5}{2} = 2 \text{ i co dalej?}$$

Nauczyciel zgodnie z sugestią uczniów przekręca pozostałe jabłko na pół i wręcza ochotnikom po połowie.

Czyli :

$$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \quad \text{Zgadza się z tym?}$$

Czy ten zapis zgadza się z naszym sposobem wyłączenia całości z ułamka? Sprawdzamy: 5 dzielimy przez 2 i otrzymujemy 2 oraz 1 reszty. To 1 zapisujemy w liczniku ułamka, a mianownik zostaje taki jak był, czyli 2. Widzimy więc, że korzystając z poznanej dziś na lekcji metody wyłączenia całości z ułamka otrzymujemy to samo, co po podzieleniu tej samej ilości przedmiotów. Zatem jest to dobra metoda, właśnie to udowodniliśmy.

4. Zamiana liczby mieszanej na ułamek niewłaściwy

Wiemy już, jak wyłączać całości z ułamków niewłaściwych, ale czy potrafilibyście zamienić taką liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy:

$$2\frac{3}{4}$$

Weźmy nasze pizze. Przygotujcie sobie tyle kawałków pizzy, abyście mieli 2 i $\frac{3}{4}$ pizzy. Policzcie, ile macie kawałków. Dobrze, 11 kawałków. Jakie możemy zapisać działanie, aby policzyć ich ilość. Spójrzcie na wasze ułożone pizze. Uczniowie zgłaszają pomysły działań. Dobrze, mamy 2 pizze po 4 kawałki, zapisujemy:

2 · 4 i jeszcze 3 kawałki, więc:

$$2 \cdot 4 + 3 = 11$$

Spójrzcie teraz na naszą początkową liczbę, czy zauważacie coś wspólnego z naszym działaniem? Uczniowie odpowiadają. No właśnie, widzimy, że $2\frac{3}{4}$ to zapis mnożenia liczby całkowitej przez mianownik ułamka. A potem trzeba dodać jeszcze licznik.

*Podsumujmy. Zaczynamy od mianownika (nauczyciel zapisuje w przedstawiony poniżej sposób dokonywane podczas zamiany operacje): **mnożymy mianownik czyli 4 przez liczbę całkowitą czyli 2. Otrzymujemy 8 i do tego wyniku dodajemy liczbę z licznika czyli 3. Otrzymujemy 11 i zapisujemy ten wynik w liczniku otrzymanego ułamka, a co zapisujemy w mianowniku? 4 bo wystarczy go przepisać.***

dodać

$$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

razy

*Przepiszcie ten przykład tak jak poprzednie – na kolorowo. Pod spodem zapiszcie: **Zamiana liczby mieszanej na ułamek.***

4. Ćwiczenia doskonalące umiejętność wyłączania całości z ułamka.

A teraz popracujecie sami. Otrzymacie karty pracy, na których są polecenia, co należy zrobić (karta pracy nr 2 – patrz załącznik). Uczniowie pracują samodzielnie. Następnie wybrani uczniowie prezentują rozwiązania kolejnych zadań i przykładów na tablicy. Starają się przy tym wyjaśniać, co robią.

Zadania z karty pracy nr 2:

1. Wyłącz całości z ułamków:

$$\frac{6}{2} =$$

$$\frac{100}{2} =$$

$$\frac{7}{5} =$$

$$\frac{21}{5} =$$

$$\frac{15}{10} =$$

$$\frac{9}{4} =$$

2. Wpisz brakujące liczby:

$$\frac{\quad}{8} = 2$$

$$\frac{\quad}{12} = 1$$

$$\frac{8}{\quad} = 2$$

$$\frac{\quad}{5} = 3$$

$$\frac{20}{4} =$$

$$\frac{4}{\quad} = 1$$

3. Zamień podane liczby mieszane na ułamki niewłaściwe:

$$2\frac{1}{2} =$$

$$3\frac{2}{3} =$$

$$1\frac{3}{5} =$$

$$10\frac{5}{9} =$$

$$4\frac{1}{10} =$$

$$5\frac{4}{7} =$$

Część końcowa:

1. Podsumowanie nowych wiadomości.

Powtórzmy, czego dowiedzieliście się o ułamkach na dzisiejszej lekcji. Wskazani przez nauczyciela uczniowie odpowiadają na pytania: **Za pomocą jakiego działania możemy zapisać ułamek?**

Dobrze, za pomocą dzielenia. Nauczyciel zapisuje dowolny ułamek na tablicy i pyta dalej wskazując jego elementy. **Czym jest w ułamku dzielna? Dobrze – licznikiem. A mianownik**

to w ilorazie jest...? Właśnie – dzielnik. A w takim razie, co oznacza kreska ułamkowa? Tak – zastępuje znak dzielenia. W czym nam to pomaga, że wiemy, że ułamek jest innym zapisem dzielenia czyli ilorazu? Właśnie, możemy wyłączyć całości z ułamków niewłaściwych. Po co wyłączać całości z ułamków? W matematyce, ale i w życiu ta umiejętność jest bardzo ważna. Ułatwia ona wiele obliczeń, ale też dzięki niej możemy od razu stwierdzić, ile czegoś mamy.

Jest nas dziś w klasie 23. Gdybyśmy chcieli zamówić pizzę, tak, żeby każdy dostał jeden kawałek czyli $\frac{1}{4}$ pizzy, to ile pizz musielibyśmy zamówić? Zgadza się: $23 : 4$, więc:

$$\frac{23}{4} = 5 \frac{3}{4}$$

Czyli potrzebowalibyśmy 5 i $\frac{3}{4}$ pizzy.

Pewnie zamówilibyśmy 6, a dodatkowy kawałek zjadłby bardzo głodny nauczyciel, czyli ja.

Pizzy nie mamy, ale mamy jabłka. Załóżmy, że jest nas 30 w klasie. Jak podzielić 5 jabłek żeby każda z 30 osób dostała taką samą część?

Tak: 5:30

Jak to zapiszemy w postaci ułamka?

$$\frac{5}{30}$$

Skróćmy ten ułamek. Jaki ułamek otrzymamy po skróceniu?

$$\frac{1}{6}$$

Czyli każda z 30 osób powinna otrzymać $\frac{1}{6}$ jabłka.

Podzielę zatem każde z jabłek na 6 części. Najpierw na połowę, a potem każdą połowę na 3 części. Nauczyciel kroi jabłka. Uczniowie liczą, czy jest 30 części i częstują się jabłkiem.

2. Zadanie zadania domowego

Nauczyciel zapisuje na tablicy strony i numery ćwiczeń (*Matematyka z plusem 4.*

Arytmetyka.):

Str. 63 ćw. 2, 3

Str. 64 ćw. 6

Treść ćwiczeń:

ćw. 2

Przedstaw wynik dzielenia w postaci ułamka.

a) $1 : 5 =$

b) $4 : 9 =$

c) $4 : 11 =$

$3 : 8 =$

$2 : 5 =$

$30 : 3 =$

$2 : 7 =$

$8 : 3 =$

$9 : 17 =$

ćw. 3**Przedstaw ułamki w postaci ilorazów.**

a) $\frac{3}{4} = \frac{5}{7}$

$\frac{1}{9} =$

b) $\frac{4}{3} = \frac{7}{10}$

$\frac{8}{7} =$

c) $\frac{7}{3} = \frac{9}{5}$

$\frac{15}{3} =$

ćw. 6**Wyłącz całości z ułamków.**

a) $\frac{15}{2} =$

$\frac{21}{2} =$

$\frac{50}{3} =$

$\frac{16}{3} =$

$\frac{17}{5} =$

b) $\frac{68}{10} =$

$\frac{23}{8} =$

$\frac{27}{7} =$

$\frac{109}{4} =$

$\frac{53}{8} =$

Źródła:

1. H. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki, *Matematyka z plusem 4. Podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej*. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2017. Wydanie pierwsze
2. M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki, *Matematyka z plusem 4. Arytmetyka. Ćwiczenia dla klasy czwartej szkoły podstawowej*. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2016. Wydanie drugie.
3. J. Borzyszkowska, M. Stolarska-Walkowiak, *Matematyka 4. Podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej. Część 2*. Grupa MAC S.A. Kielce 2017
4. B. Kiljańska, A. Konstantynowicz, A. Konstantynowicz, M. Pająk, G. Ukleja, *Ciekawi świata. Matematyka 4. Podręcznik dla szkoły podstawowej. Wydanie specjalne dla nauczycieli*. Wydawnictwo Pedagogiczne Operon Sp. z o.o. Gdynia 2012

Konspekt opracowała:

Agata Siodelska

KARTA PRACY NR 1

1. Zapisz ilorazy w postaci ułamków:

$6 : 8 =$

$11 : 13 =$

$3 : 7 =$

$14 : 15 =$

$5 : 9 =$

$17 : 19 =$

2. Ułamki zapisz w postaci ilorazów:

$\frac{1}{2} =$

$\frac{16}{19} =$

$\frac{15}{3} =$

$\frac{3}{7} =$

$\frac{9}{10} =$

$\frac{8}{7} =$

3. 3 czekolady podzielono równo pomiędzy 8 osób, jaką część czekolady otrzymała każda z tych osób? Zapisz odpowiednie działanie.

.....



KARTA PRACY NR 2

1. Wyłącz całości z ułamków:

$$\frac{6}{2} =$$

$$\frac{100}{2} =$$

$$\frac{7}{5} =$$

$$\frac{21}{5} =$$

$$\frac{15}{10} =$$

$$\frac{9}{4} =$$

2. Wpisz brakujące liczby:

$$\frac{\quad}{8} = 2$$

$$\frac{\quad}{12} = 1$$

$$\frac{8}{\quad} = 2$$

$$\frac{\quad}{5} = 3$$

$$\frac{20}{4} =$$

$$\frac{4}{\quad} = 1$$

3. Zamień podane liczby na ułamki niewłaściwe:

$$2\frac{1}{2} =$$

$$3\frac{2}{3} =$$

$$1\frac{3}{5} =$$

$$10\frac{5}{9} =$$

$$4\frac{1}{10} =$$

$$5\frac{4}{7} =$$