

Streszczenie

Rozprawa doktorska składa się z dwóch niezależnych rozdziałów.

Rozdział 1. Niech M będzie n -wymiarową rozmaitością zadaną metryką Riemanna. Przez \widetilde{M} oznaczamy nakrycie uniwersalne M wyposażone w metrykę Riemanna cofniętą z M . Mówimy, że M jest makroskopowo duża, jeżeli nie da się odwzorować \widetilde{M} w $(n - 1)$ -wymiarowy kompleks sympleksyjny tak, aby przeciwobrazy punktów miały jednostajnie ograniczone średnice.

Pojęcie makroskopowo dużych rozmaitości zostało wprowadzone przez Gromowa w celu studiowania własności rozmaitości dopuszczających metrykę Riemanna z dodatnią krzywizną skalarną.

Niech $f: M \rightarrow B\pi_1(M)$ będzie odwzorowaniem klasyfikującym nakrycie uniwersalne. Przypuśćmy, że M jest zorientowana. Przez $[M]$ oznaczmy klasę fundamentalną M . Mówimy, że M jest wymiernie nieistotna, jeżeli $f_*([M]) = 0 \in H_n(B\pi_1(M); \mathbf{Q})$.

A. Dranisznikow w [9] postawił hipotezę mówiącą, że wymiernie nieistotne rozmaitości nie są makroskopowo duże. W przedstawionej tezie doktorskiej prezentujemy rozmaitości które przeczą hipotezie Dranisznikowa. Do konstrukcji takich kontrprzykładów posługujemy się kompleksami Davisa prostokątnych grup Coxetera i teorią małych nakryć. Hipoteza Dranisznikowa, w trywialny sposób, implikowałaby słabą hipotezę Gromowa o dodatniej krzywiznie skalarnej dla rozmaitości wymiernie nieistotnych. Nasze przykłady pokazują, że nawet dla takich rozmaitości słaba hipoteza Gromowa może okazać się nietrywialna. W tej pracy udowadniamy hipotezę Gromowa (silną wersję) dla pewnej podklasy konstruowanych rozmaitości. W ogólności problem jest otwarty.

Rozdział 2. W tym rozdziale jesteśmy zainteresowani homologicznymi konstrukcjami nieokresowych systemów parkietaży dla pewnych rozmaitości riemannowskich. Przypominamy klasyczną procedurę Blocka-Weinbergera, która zapewnia takie systemy w przypadku gdy rozmaitość dopuszcza izometryczne, kozwarte działanie grupy nieśredniowalnej. Pokazujemy dalej, że niekiedy gdy grupa działająca jest średniowalna (np. dla rozmaitości dopuszczających kozwarte izometryczne działanie grup Grigorczyka), modyfikacja metody podanej przez Blocka i Weinbergera prowadzi do nowych systemów nieokresowych parkietaży.