Lista Nr 01, laboratorium

(wyk. 15 X 10 r.)

Lista ma za zadanie poznanie możliwości MatLaba.

1. Wiadomo, że [1, zad. 9, ss. 19] $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$. Wykonując odpowiednie obliczenia na komputerze stwierdzić, które z wyrażeń

$$e^{-5} \approx \sum_{k=0}^{9} \frac{(-5)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{9} \frac{(-1)^k 5^k}{k!} \quad \text{lub} \quad e^{-5} = \frac{1}{e^5} \approx \frac{1}{\sum_{k=0}^{9} \frac{5^k}{k!}}$$

lepiej przybliża liczbę e^{-5}. Przybliżona wartość e^{-5} z dokładnością do trzech cyfr wynosi 6.74×10^{-3}.

2. Wiadomo, że $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$. Obliczyć [2, Lst. 1, zad. 2] przy pomocy komputera wartości funkcji $f(x) = \frac{e^x-1}{x}$ dla $x = 10^{-k}$, $k = 1, 2, \ldots, 16$.

3. Prawdą jest, że $\lim_{x\to\infty} x(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) = \lim_{x\to\infty} \frac{x}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = \infty$. Dla funkcji [2, Lst. 1, zad. 3]

$$f(x) = x(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) \quad \text{i} \quad g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$$

przeprowadzić komputerowe obliczenia przyjmując za $x = 10^k$, $k = 1, 2, \ldots 20$.

4. Obliczyć [2, Lst. 2, zad. 4] komputerowo i dokładnie wartość nastepujących wyrażeń

$$s_1 = 10000 - \sum_{k=1}^{100000} 0.1 \quad \text{i} \quad s_2 = 10000 - \sum_{k=1}^{80000} 0.125.$$

5. Napisać w MatLabie skrypt [2, lst. 01, zad. 4,5,6] obliczający:

(a) $\text{epsilon0} = \min\{\text{epsilon} > 0 : 1 + \text{epsilon} > 1\}$ porównać otrzymany wynik ze stałą `EPS`,

(b) $\text{epsilon1} = \min\{\text{epsilon} : \text{epsilon} > 0\}$ porównać otrzymany wynik z `REALMIN`.

(c) $\max\{K > 0 : K < \texttt{Inf},\ K = 2^s\}$ i porównać z `REALMAX`.

6. Dla systemu liczb $\mathbb{F}(2, 3, -1, 2)$ i $\mathbb{F}_D(2, 3, -1, 2)$ sporządzić wykresy (przy pomocy MatLaba) błędów:

(a) $\mathbb{R}_+ \ni x \longmapsto \Delta x = |x - \mathrm{fl}(x)| \in \mathbb{R}_+$ – bezwzględnego,

(b) $\mathbb{R}_+ \ni x \longmapsto \frac{\Delta x}{x} = \frac{|x-\mathrm{fl}(x)|}{x} \in \mathbb{R}_+$ – względnego,

gdzie $\mathrm{fl} : \mathbb{R} \to \mathbb{F}$ odpowiednio $\mathrm{fl} : \mathbb{R} \to \mathbb{F}_D$ jest zaokrągleniem *"przez obcięcie"* lub *"znalezieniem liczby najbliższej"*.

Literatura

[1] R.L. Burden, J.D. Faires, and Reynolds A.C., Numerical analysis, Prindle, Weber & Schmidt, Boston, Massachusetts, 1981.

[2] M. Fröhner and G. Windisch, Numerical mathematics, Institut für Mathematik, BTU Cottbus, 2002,

for Students in Mathematics, and Econornathematics at the University of Zielona Góra.

Wrocław, dnia 16/11/2010