Zadania do wykładu "Geometryczna teoria grup"
Lista 2+: jeszcze quasi-izometrie i lemat Milnora-Švarca

1. Uzasadnij, że jeśli H jest podgrupą skończonego indeksu w skończenie generowalnej grupie G, to lewostronne działanie grupy H na grafie Cayleya $C(G, S)$ jest właściwe i kozwarte.
2. Uzasadnij, że jeśli $G = \Gamma/K$ jest skończenie generowalnym ilorazem grupy Γ przez skoczon podgrupę normalną K, i jeśli $q : \Gamma \to G$ jest homomorfizmem ilorazowym, to lewostronne działanie grupy Γ na grafie Cayleya $C(G, S)$ zadane przez $\gamma \cdot g := q(\gamma) \cdot g$ jest właściwe i kozwarte.
3. Uzasadnij, że jeśli G jest grupą Liego, zaś $\Lambda < G$ jest *jednostajną kratą* w G (tzn. dyskretną kozwartą podgrupą w G), to lewostronne działanie Λ na G (zaopatrzoną w dowolną lewoniezmienniczą metryką Riemanna) jest właściwe.
4. Uzasadnij, że każda grupa $G_A = Z^2 \propto_A Z$, gdzie $A \in SL(2, Z)$, i gdzie $|tr(A)| > 2$, jest jednostajną kratą w grupie $Sol = R^3$ z działaniem $(x, y, z) \cdot (a, b, c) = (x + e^z a, y + e^{-z} b, z + c)$.
5.
6.
7.
8.
9.