
WdM - Lista 6 (ćwiczenia 12 XI 2025)

Zad. 1 Podaj przykłady funkcji zdaniowych φ , dla których zachodzą poniższe warunki lub wyjaśnij, dlaczego takowe nie istnieją. Rozważ sytuację, w której mamy dany diagram o wierzchołkach $\{0, 1, 2, 3\}$, a $\varphi(x, y)$ oznacza „istnieje strzałka z x do y “.

- a) $\forall x \exists y \varphi(x, y)$ oraz $\neg(\exists x \forall y \varphi(x, y))$
- b) $\forall x \exists y \varphi(x, y)$ oraz $\forall y \exists x \varphi(y, x)$
- c) $\forall x, y (\varphi(x, y) \vee \varphi(y, x))$ oraz $\exists x, y \neg \varphi(x, y)$.
- d) $\forall x \varphi(x, x)$ oraz $\exists x \forall y \neg \varphi(x, y)$.
- e) $\forall x \exists y \varphi(x, y)$ oraz $\neg(\forall y \exists x \varphi(x, y))$.

Zad. 2 Wyznacz poniższe zbiory, a potem wykonaj analogiczne polecenie dla przekrojów.

- a) $\bigcup_{n=0}^{\infty} (-\infty, n)$.
- b) $\bigcup_{n \in \mathbb{Z}} (-\infty, n]$.
- c) $\bigcup_{n=1}^{\infty} (\frac{n-1}{n}, \frac{2n+1}{n})$.
- d) $\bigcup_{n=1}^{\infty} [2 + \frac{(-1)^n}{n}, 4 + \frac{(-1)^n}{n})$.
- e) $\bigcup_{n=1}^{\infty} \{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \times \mathbb{R} : y > 1/(nx)\}$.
- f) $\bigcup_{n=1}^{\infty} \{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \times \mathbb{R} : y \geq 1/(nx)\}$.

Zad. 3 Niech $A_n = (\frac{1}{n+1}, 1 + \frac{1}{n+1})$. Wyznacz zbiory

$$\bigcup_{n=0}^{\infty} A_n, \bigcap_{n=0}^{\infty} A_n, \bigcap_{m=0}^{\infty} \bigcup_{n>m} A_n, \bigcup_{m=0}^{\infty} \bigcap_{n>m} A_n.$$