

---

### WdM - Lista 3 (22 X 2025)

---

**Zad. 1** O liczbie rzeczywistej  $x$  wiadomo, że jeśli  $x \leq 5$ , to  $x > 3$ . Czy stąd wynika, że  $x > 3$ ? Czy wynika, że  $x \leq 5$ ?

**Zad. 2** O liczbie naturalnej  $n$  wiemy, że

- a) jeśli  $n$  jest podzielne przez 3 lub jest podzielne przez 4, to  $n$  jest podzielne przez 12 *oraz*
- b) jeśli  $n$  jest podzielne przez 3, to nie dzieli się przez 2.

Czy stąd wynika, że  $n$  nie dzieli się przez 3?

**Zad. 3** O liczbie rzeczywistej  $x$  wiemy, że

- a) jeśli  $x > 0$ , to  $(x > 5, \text{ o ile } x > 3)$  *oraz*
- b) jeśli  $x \leq 5$ , to  $x > 0$ .

Czy stąd wynika, że  $x > 3$ ?

**Zad. 4** Rozważmy stwierdzenia:

- a) Nie będę rozumiała definicji z WdM lub będę potrafiła rozwiązywać zadania z WdM.
- b) Jeśli nie zdam WdM, to znaczy, że nie potrafiłam rozwiązywać zadań z WdM.
- c) Zdam WdM lub nie.
- d) Będę rozumiała definicje z WdM, o ile będę chodziła na wykłady.

Czy z powyższych warunków wynika, że chodzenie na wykłady jest warunkiem dostatecznym zdania WdM? Czy jest warunkiem koniecznym?

**Zad. 5** Wskaż przykład niepustych zbiorów skończonych takich, że

$$(B \cup C) \cap A \neq (A \cup C) \cap B.$$

**Zad. 6** Podaj przykład nieskończonego zbioru  $A$  takiego, że  $\emptyset \in A$  (lub wykaż, że taki nie istnieje).

**Zad. 7** Wypisz elementy zbiorów  $A$  i  $B$ . Czy  $A \subseteq B$ ? Czy  $B \subseteq A$ ? Czy  $A = B$ ? Czy mają elementy wspólne? Czy są rozłączne (tzn czy mają pusty przekrój)? Czy  $A \in B$  lub  $B \in A$ ?

- a)  $A = \{1, \sqrt{4}, \sqrt{4} - 1, \sqrt{9}, \sqrt{9} - 1\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,
- b)  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$ ,
- c)  $A = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$ ,  $B = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}, \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}\}$ ,
- d)  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 \leq 20\}$ ,
- e)  $A = \emptyset$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 + x = 13\}$ ,

Zakładamy, że  $a$ ,  $b$  i  $c$  nie są zbiorami.

**Zad. 8** Zaznacz w sposób *losowy* kontur zbioru  $U$  na diagramie Venna zbiorów  $A, B, C \subseteq X$ . Następnie zapisz za pomocą operacji  $\cup, \cap$  i  $\setminus$  zbiór  $U$ .

**Zad. 9** Udowodnij lub obal poniższe stwierdzenia:

- a)  $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$ ,
- b)  $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$ ,
- c)  $(C \cup B) \cap A = (A \cap B) \cup (C \setminus B)$ .

Spróbuj przeprowadzać dowody na różne sposoby. Napisz tautologie odpowiadające tym prawom rachunku zbiorów.

**Zad. 10** Zbiory  $A, B, C$  są podzbiorami  $X$ . Zaznacz na diagramie Venna zbiory spełniające następujące funkcje zdaniowe. Zdefiniuj te zbiory przy użyciu  $\cup, \cap$ , itd.

- a)  $x \notin A \wedge x \notin B \wedge x \notin C$ ,
- b)  $x \in A \implies x \in B$ ,
- c)  $(x \in A \iff x \in B) \iff x \in C$ .

**Zad. 11** Dane są pewne zbiory  $A, B, C$  w przestrzeni  $X$ . Wiemy, że  $A \cap B = A \setminus C$ . Czy stąd wynika, że

- a)  $A \setminus (B \cup C) = \emptyset$  ?
- b)  $A \cap B \cap C = \emptyset$  ?
- c)  $A \cap C = \emptyset$  ?

Odpowiedzi uzasadnij!