
Wstęp do Matematyki - Lista 1 (8 X 2025)

Zad. 1 Oznaczając symbolem p zdanie *Ala je*, a symbolem q zdanie *As wyje* i używając spójników logicznych przedstaw poniższe zdania jako formuły logiczne:

- a) *Ala je pod warunkiem, że As wyje.*
- b) *As nie wyje, zaś Ala nie je.*
- c) *Ani Ala nie je, ani As nie wyje.*
- d) *As wyje, o ile Ala nie je.*
- e) *As wyje dokładnie wtedy, gdy Ala je.*
- f) *Bądź Ala je, bądź As wyje.*
- g) *Albo As wyje, albo Ala nie je.*
- h) *Ala je tylko wtedy, gdy As wyje.*
- i) *Ala je dokładnie wtedy, gdy As wyje.*
- j) *Ala je, a As wyje.*
- k) *Ala je, chyba że As wyje.*
- l) *Ala wyje pomimo tego, że As je.*
- m) *Ala je, no i As wyje.*

Zad. 2 Stosując oznaczenia, jak w powyższym zadaniu, zapisz zdania reprezentowane przez poniższe formuły starając się nadać im możliwie potoczne brzmienie.

- a) $p \implies q$,
- b) $p \iff \neg q$,
- c) $\neg(\neg q \wedge p)$,
- d) $(p \implies q) \implies p$,
- e) $p \wedge (p \implies q)$,
- f) $\neg(p \vee q) \iff \neg p \wedge \neg q$.

Sprawdź, czy informacja, że p jest zdaniem fałszywym, wystarczy aby określić ich wartość logiczną. Jeśli tak, to wyznacz tę wartość, jeśli nie, to pokaż, że obie wartości są możliwe.

Zad. 3 Wykaż, że następujące formuły rachunku zdań są tautologiami:

- a) $p \implies (q \implies p)$,
- b) $p \vee \neg p$,
- c) $p \implies (q \implies p \wedge q)$,
- d) $(p \implies q) \iff (\neg q \implies \neg p)$,
- e) $(\neg p \implies p) \implies p$,
- f) $\neg p \implies (p \implies q)$,
- g) $p \wedge q \implies p$,
- h) $p \implies p \vee q$,
- i) $(p \implies (q \implies r)) \implies ((p \implies q) \implies (p \implies r))$.

Zad. 4 Sprawdź, czy poniższe formuły są tautologiami. Traktuj tabelkę jako ostateczność, postaraj się najpierw zrozumieć daną formułę.

- a) $((p \vee q) \wedge \neg p) \implies q$,
- b) $(p \implies q) \implies (p \wedge r \implies q)$,
- c) $(p \implies q) \implies (p \implies q \vee r)$,
- d) $p \implies (\neg p \vee q)$,
- e) $((p \vee q) \wedge (p \implies q)) \implies (q \implies p)$,
- f) $p \implies (\neg q \wedge q \implies r)$.

Zad. 5 Czy dla wszystkich liczb naturalnych n prawdziwe są następujące zdania?

- a) Jeżeli n jest liczbą pierwszą, to o ile n jest liczbą złożoną, to $n = 4$.
- b) n jest podzielne przez 2 pod warunkiem, że n jest podzielne przez 5 i $5 < n < 15$.
- c) n jest podzielne przez 3 dokładnie wtedy, gdy n jest podzielne przez 7.
- d) To, że n jest liczbą pierwszą mniejszą od 6, jest warunkiem dostatecznym do tego, że n dzieli 30.
- e) To, że n dzieli 30, jest warunkiem dostatecznym do tego, że n jest liczbą pierwszą mniejszą od 6.

Rozważ warianty zdań (d) i (e), w których “dostatecznym” jest zastąpione przez “koniecznym”.

Zad. 6 (*) Trzech braci: Prawdomówny, Kłamczuch i Niezdecydowany odpowiadają na pytania TAK lub NIE. Prawdomówny zawsze mówi prawdę, Kłamczuch zawsze kłamie, a Niezdecydowany czasem mówi prawdę, a czasem kłamie (i niekoniecznie robi to naprzemiennie). Musisz za pomocą trzech pytań określić, który z braci to który. Każde pytanie może być skierowane tylko do jednego z braci.