
WdM - Lista 7 (ćwiczenia 12 XII 2024)

Zad. 1 Podaj przykład niepustej relacji R na zbiorze $\{0, 1, 2, 3\}$ spełniającej poniższe własności lub wykaż, że takowa nie istnieje:

- a) R jest zwrotna, symetryczna i nieprzechodnia,
- b) R jest symetryczna, przechodnia i nie jest zwrotna,
- c) R jest symetryczna i słabo antysymetryczna.

Zad. 2 Rozważmy poniższe relacje R na X zdefiniowane przez następujące funkcje zdaniowe. Jakie własności mają te relacje? Sprawdź zwrotność, symetrię, słabą antysymetrię, spójność i przechodniość. Czy dla każdych $x, y \in X$ zachodzi $xRy \vee yRx$?

- a) $X = \mathbb{R}, xRy \iff x < y$,
- b) $X = \mathbb{R}, xRy \iff x > y$,
- c) $X = \mathbb{R}, xRy \iff x \neq y$,
- d) $X = \mathbb{Z}, nRk \iff n \cdot k \geq 0$,
- e) $X = \mathcal{P}(\mathbb{N}), ARB \iff A \cap B \neq \emptyset$,
- f) X jest zbiorem wszystkich wektorów (algebraicznych) w $\mathbb{R}^2, \vec{v}R\vec{w} \iff \exists r > 0 \vec{v} = r \cdot \vec{w}$,
- g) $X = \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ (zbiór ciągów liczb rzeczywistych), $(a_n)R(b_n) \iff (a_n)$ jest podciągiem (b_n) ,
- h) $X = \mathbb{N}^{\mathbb{N}}, fRg \iff \{n \in \mathbb{N}: f(n) > g(n)\}$ jest skończony,
- i) $X =$ Zbiór podpunktów tego zadania, $pRp' \iff p$ jest trudniejszy od p' .

Zad. 3 Rozważmy zbiór słów w języku polskim z porządkiem leksykograficznym. Znajdź (możliwie dobre) ograniczenia górne i dolne zbioru słów zawierających litery „b” i „ż”.

Zad. 4 Rozważmy porządek leksykograficzny $\preceq$ na $\mathbb{R}^2$. Znajdź kresy zbioru $[0, 1]^2$.

Zad. 5 Rozważmy zbiór $\mathbb{Q}$ z naturalnym porządkiem. Podaj przykładu zbioru $A \subseteq \mathbb{Q}$, który jest ograniczony z góry, ale nie ma kresu górnego.