
WdM - Lista 5 (ćwiczenia 6 XI 2024)

Zad. 1 Zapisz funkcję zdaniową równoważną funkcji

$$\langle x, y \rangle \notin (A \cup B) \times (C \setminus D)$$

bez używania symboli mnogościowych ($\cup$, $\setminus$, $\times$, itd.)

Zad. 2 Pokaż, że nie dla wszystkich zbiorów A, B, C, D zachodzą poniższe równości.

- a) $(A \setminus B) \times (C \setminus D) = (A \times C) \setminus (B \times D)$,
- b) $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$.

Zad. 3 Określ zasięg kwantyfikatorów, znajdź zmienne wolne. Które z tych wyrażeń są funkcjami zdaniowymi, a które zdaniami?

- a) $\forall x (x > 3) \implies y < 5$,
- b) $\forall x \forall y (x > 3 \implies y < 5) \implies \forall x (x \neq 7)$,
- c) $\exists x \exists y (x \neq y \vee z \leq 0)$,
- d) $\forall x (x + y = z)$,
- e) $\forall x (x + y = z) \implies \exists z (\exists y (x - y \neq z \wedge \forall z (x \cdot y \geq z)))$

Zad. 4 Zapisz przy pomocy kwantyfikatorów, używając odpowiednich oznaczeń:

- a) Każdy student, który przyszedł na egzamin, jest przygotowany. (Przykładowe oznaczenia: S - zbiór studentów, $e(x)$ - x przyszedł na egzamin, $p(x)$ - x jest przygotowany.)
- b) Na egzamin przyszli tylko przygotowani studenci.
- c) Żaden student, który przyszedł na egzamin, nie był przygotowany.
- d) Na egzamin przyszedł przynajmniej jeden student.
- e) W każdym mieszkaniu w tym bloku mieszka przynajmniej jedna osoba. (Przykładowe oznaczenia: M - zbiór mieszkań w tym bloku, O - zbiór osób, $m(x, y)$ - x mieszka w y .)
- f) W pewnym mieszkaniu w tym bloku nikt nie mieszka.
- g) Każdy człowiek zna człowieka, który nie zna człowieka, który nikogo nie zna. (Przykładowe oznaczenia: L - zbiór ludzi, $z(x, y)$ - x zna y .)

Zad. 5 Zapisz poniższe zdania i funkcje zdaniowe prozą, w języku potocznym.

- a) $\forall x x \notin A$,
- b) $\exists n \in \mathbb{N} \forall x \in A n \leq x$,
- c) $\forall n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} n < m$,
- d) $\forall A (A \neq \emptyset \implies \exists B (B \subseteq A \wedge \exists x x \in B))$,
- e) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} x + y = 0$,
- f) $\exists x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} (x^2 - 3x + 1 = 0 \wedge y^2 - 3y + 1 = 0)$,
- g) $\exists x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} (x^2 - 3x + 1 = 0 \wedge y^2 - 3y + 1 = 0 \wedge x \neq y)$,
- h) $\exists n \in \mathbb{N} (\exists k \in \mathbb{N} (n = 2k + 1) \wedge \exists k \in \mathbb{N} (n = 3k))$.