
WdM - Lista 2 (16 X 2024)

Zad. 1 Zapisz formułę równoważną formule $p \iff q$ wyłącznie za pomocą spójników $\neg$ i $\vee$.

Zad. 2 Zdefiniuj alternatywę i koniunkcję przy pomocy implikacji i negacji. Następnie przeformułuj odpowiednio zdania *Lubię ciastka i lody* oraz *Na wakacje pojedę nad morze lub w góry*.

Zad. 3 Zapisz poniższe formuły nie używając znaku negacji, równoważności ani implikacji (w razie potrzeby używając podstawień $p' = \neg p$, $q' = \neg q$ i $r' = \neg r$)

- a) $\neg(p \vee (\neg q \wedge r))$,
- b) $p \implies (q \implies r)$,
- c) $\neg(p \implies (p \vee r))$,
- d) $p \iff (q \iff r)$,
- e) $(p \implies q) \implies (r \implies p)$.

Zad. 4 Niech C oznacza czworokąt na płaszczyźnie. Rozważmy zdanie

Jeśli C jest trapezem, o ile jest rombem, to jeśli C jest trapezem, to jest kwadratem.

Zapisz powyższe jako formułę logiczną stosując oznaczenia: t : “ C jest trapezem”, r : “ C jest rombem”, k : “ C jest kwadratem”. Rozstrzygnij w każdym z poniższych przypadków, czy powyższe zdanie jest zawsze prawdziwe, zawsze fałszywe, czy też może być zarówno prawdziwe, jak i fałszywe (w zależności od czworokąta C).

- a) C jest trapezem,
- b) C nie jest prostokątem,
- c) C nie jest rombem, lecz jest trapezem.

Zad. 5 Podaj przykład formuły logicznej $\alpha(p, q, r)$ o poniższej tabelce wartości logicznych:

p	q	r	$\alpha(p, q, r)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Ile jest takich formuł? Ile ich jest z dokładnością do równoważności?

Zad. 6 Ile jest, z dokładnością do równoważności, takich formuł logicznych $\alpha(p, q)$, że przy podstawieniu

- $p =$ „17 jest liczbą pierwszą”,
- $q =$ „pada deszcz”

stają się one zdaniami prawdziwymi bez względu na panujące warunki atmosferyczne? Spróbuj zrobić to zadanie podstawiając za p inne zdania, np. „jest zimno” albo „nie pada deszcz”.

Zad. 7 Znajdź wszystkie formuły (z dokładnością do równoważności) $\alpha(p, q)$, dla których $p \vee q \implies \alpha(p, q)$ jest tautologią. Podobnie dla $p \wedge q \implies \alpha(p, q)$.

Zad. 8 (*) Kreską Sheffera nazywamy spójnik o następującej tabelce wartości logicznych:

p	q	$p q$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Pokaż, że za pomocą kreski Shefera można zdefiniować wszystkie spójniki logiczne.