
Kolokwium 1/1 Grupa:

Imię i nazwisko:

Zad. 1 (1.5) Podaj definicję tautologii.

Zad. 2 (1.5) Podaj prawa de Morgana rachunku zbiorów.

Zad. 3 (4) Zapisz, stosując odpowiednie podstawienia, formułę logiczną $\alpha(p, q)$ będącą schematem zdania:

*jeśli 17 jest liczbą pierwszą lub pójdę dzisiaj do kina,
to nie pójdę dzisiaj do kina, o ile 17 nie jest liczbą pierwszą.*

Czy ta formuła jest tautologią? Odpowiedź uzasadnij.

Zad. 4 (3) Ile jest, z dokładnością do równoważności, formuł $\alpha(p, q)$ takich, że formuła

$$\alpha(p, q) \implies q$$

jest równoważna formule $p \vee q$? Odpowiedź uzasadnij.

Zad. 5 (4) O zbiorach $A, B \subseteq \mathbb{R}$ wiemy, że zachodzą łącznie warunki

(1) jeżeli $A \subseteq B$, to A ma nieskończenie wiele elementów,

(2) jeżeli $A \neq \emptyset$, to $3 \in B$,

(3) $A \cup B = \mathbb{R}$.

Odpowiedz na poniższe pytania podając uzasadnienia:

a) Czy z powyższych warunków wynika, że $A \neq \emptyset$?

b) Czy z powyższych warunków wynika, że $3 \notin A$?

Zad. 6 (3) W każdym z poniższych przypadków wskaż takie niepuste zbiory A, B, C , żeby spełniony został podany warunek

a) $B \subseteq A \cap B \setminus C$,

b) $(A \times B) \setminus C = \emptyset$.

Zad. 7 (3) Załóżmy, że formuła $\alpha(p, q, r)$ jest tautologią. Naskicuj na diagramie Venne'a zbiorów $A, B, C \subseteq X$ kontur zbioru

$$U = \{x \in X : \alpha(x \in A, x \in B, x \in C)\}.$$

Kolokwium 1/3 Grupa:

Imię i nazwisko:

Zad. 8 (3) Podaj wszystkie elementy poniższych zbiorów:

a) $\{3k + 1 : k \text{ jest liczbą pierwszą mniejszą od } 10\}$,

b) $\{\langle k, l \rangle : k, l \in \mathbb{N}, k \leq l \leq 2\} \setminus \{2k : k \in \mathbb{N}\}$

c) $\mathcal{P}(\{1, 2\} \times \{0\})$

Zad. 9 (4) W układzie współrzędnych naszkicuj wykres funkcji zdaniowej $\varphi(x, y)$, $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$, przy czym

a) $\varphi(x, y) = „x < y \iff x > 0”$.

b) $\varphi(x, y) = „\{x\} = \{x, y\}”$.

Zad. 10 (3) Zapisz symbolicznie zbiory

a) zbiór liczb całkowitych parzystych, które nie są podzielne przez 5,

b) zbiór kwadratów liczb nieparzystych,

c) zbiór wektorów o długości będącej liczbą naturalną, prostopadłych do wektora $\vec{v}$.

Brudnopsis
