

---

**WdM - Lista 2** (17 X 2023)

---

**Zad. 1** O liczbie rzeczywistej  $x$  wiadomo, że jeśli  $x \leq 5$ , to  $x > 3$ . Czy stąd wynika, że  $x > 3$ ? Czy wynika, że  $x \leq 5$ ?

**Zad. 2** O liczbie naturalnej  $n$  wiemy, że

- a) jeśli  $n$  jest podzielne przez 3 lub jest podzielne przez 4, to  $n$  jest podzielne przez 12 *oraz*
- b) jeśli  $n$  jest podzielne przez 3, to nie dzieli się przez 2.

Czy stąd wynika, że  $n$  nie dzieli się przez 3?

**Zad. 3** O liczbie rzeczywistej  $x$  wiemy, że

- a) jeśli  $x > 0$ , to ( $x > 5$ , o ile  $x > 3$ ) *oraz*
- b) jeśli  $x \leq 5$ , to  $x > 0$ .

Czy stąd wynika, że  $x > 3$ ?

**Zad. 4** Rozważmy stwierdzenia:

- a) Nie będę rozumiała definicji z WdM lub będę potrafiła rozwiązywać zadania z WdM.
- b) Jeśli nie zdam WdM, to znaczy, że nie potrafiłam rozwiązywać zadań z WdM.
- c) Zdam WdM lub nie.
- d) Będę rozumiała definicje z WdM, o ile będę chodziła na wykłady.

Czy z powyższych warunków wynika, że chodzenie na wykłady jest warunkiem dostatecznym zdania WdM? Czy jest warunkiem koniecznym?

**Zad. 5** Zapisz formułę równoważną formule  $p \iff q$  wyłącznie za pomocą spójników  $\neg$  i  $\vee$ .

**Zad. 6** Podaj przykład formuły logicznej  $\alpha(p, q, r)$  o poniższej tabelce wartości logicznych:

$p$	$q$	$r$	$\alpha(p, q, r)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Ile jest takich formuł? Ile ich jest z dokładnością do równoważności?

**Zad. 7** Ile jest, z dokładnością do równoważności, takich formuł logicznych  $\alpha(p, q)$ , że przy podstawieniu

- $p =$  „17 jest liczbą pierwszą”,
- $q =$  „pada deszcz”

stają się one zdaniami prawdziwymi bez względu na panujące warunki atmosferyczne?

**Zad. 8** Znajdź wszystkie formuły (z dokładnością do równoważności)  $\alpha(p, q)$ , dla których  $p \vee q \implies \alpha(p, q)$  jest tautologią. Podobnie dla  $p \wedge q \implies \alpha(p, q)$ .

**Zad. 9** Zdefiniuj alternatywę i koniunkcję przy pomocy implikacji i negacji. Następnie przeformułuj odpowiednio zdania *Lubię ciastka i lody* oraz *Na wakacje pojedę nad morze lub w góry*.

**Zad. 10** Zapisz poniższe formuły nie używając znaku negacji, równoważności ani implikacji (w razie potrzeby używając podstawień  $p' = \neg p$ ,  $q' = \neg q$  i  $r' = \neg r$ )

- $\neg(p \vee (\neg q \wedge r))$ ,
- $p \implies (q \implies r)$ ,
- $\neg(p \implies (p \vee r))$ ,
- $p \iff (q \iff r)$ ,
- $(p \implies q) \implies (r \implies p)$ .

---

**Zad. 11** (\*) Kreską Sheffera nazywamy spójnik o następującej tabelce wartości logicznych:

$p$	$q$	$p q$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Pokaż, że za pomocą kreski Shefera można zdefiniować wszystkie spójniki logiczne.