**Część 1, Kolokwium 3** Grupa: Imię i nazwisko:

**Zad. 1** (3) Rozważmy następującą relację równoważności $\mathsf{R}$ na zbiorze liczb naturalnych:

$$n \mathsf{R} m \iff (19|n \iff 19|m).$$

a) Wyznacz $[0]_{\mathsf{R}}$.

b) Ile klas abstrakcji ma relacja $\mathsf{R}$?

**Zad. 2** (4) Rozważmy na zbiorze $\mathbb{R}^2$ następującą relację równoważności:

$$\langle x, y\rangle \sim \langle x', y'\rangle \iff |x| = |x'|$$

a) Naszkicuj w układzie współrzędnych $[\langle 1, 0\rangle]_{\sim}$.

b) Wyznacz zbiór ilorazowy relacji $\sim$.

**Zad. 3** (3) Na zbiorze $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ definiujemy relację równoważności $\sim$ wzorem

$$A \sim B \iff (A \cup \{3\} = B \cup \{3\}).$$

a) Wyznacz klasę abstrakcji $[\{1, 2, 3\}]_{\sim}$.

b) Ile elementów mają klasy abstrakcji relacji $\sim$? Ile elementów ma zbiór ilorazowy relacji $\sim$?.

**Część 2, Kolokwium 3** Grupa: Imię i nazwisko:

**Zad. 4** (1,5) Co to znaczy, że $|X| \leq |Y|$? Podaj formalną definicję.

**Zad. 5** (1,5) Sformułuj Hipotezę Continuum.

**Zad. 6** (1,5) Czy istnieje zbiór $X$ taki, że dla każdego zbioru $Y$ mamy $|Y| \leq |X|$? Odpowiedź uzasadnij.

**Zad. 7** (1,5) Sformułuj twierdzenie Cantora-Bernsteina.

**Zad. 8** (4) Ile elementów ma zbiór wszystkich funkcji postaci $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = k \cdot 2^{n \cdot x}$, przy czym $k$, $n \in \mathbb{N}$? Odpowiedź uzasadnij.

**Część 3, Kolokwium 3** Grupa: Imię i nazwisko:

**Zad. 9** (7) Podaj moc poniższych zbiorów (bez uzasadnienia).

a) Zbiór wszystkich wielomianów stopnia 2 o współczynnikach wymiernych.

b) Zbiór wszystkich okręgów na płaszczyźnie o promieniach będących dodatnimi liczbami naturalnymi.

c) Rodzina wszystkich zbiorów $A \subseteq \mathbb{R}^2$, dla których rzut $\pi_{\mathbb{R}}[A]$ jest skończony.

d) Zbiór wszystkich skończonych ciągów podzbiorów zbioru liczb naturalnych.

e) Zbiór wszystkich ciągów liczb zespolonych.

f) Zbiór wszystkich funkcji $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, które nie są ciągłe.

g) Zbiór wszystkich ciągów słów ”żebropław” i ”morświn‘‘.

**Zad. 10** (3) Udowodnij, posługując się twierdzeniami z wykładu, że

$$|\mathcal{P}(\mathbb{N} \times \mathbb{Q})| = |\mathbb{Z}^{\mathbb{Z}}|.$$