

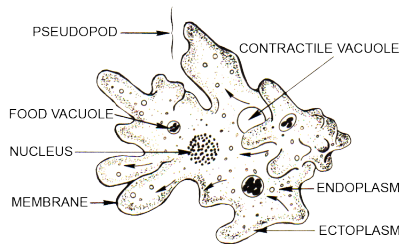
Zad. 1 Udowodnij, że aksjomat Martina pociąga za sobą $\mathfrak{p} = \mathfrak{c}$. Wskazówka: porządek, który trzeba rozważyć jest podobny do tego, którego użyłem na wykładzie, żeby pokazać, że $\mathfrak{a} = \mathfrak{c}$ przy aksjomacie Martina.

Zad. 2 Niech $\mathbb{P}$ będzie częściowym porządkiem i niech $X \subseteq \mathbb{P}$.

- Powiemy, że X jest zlinkowany, jeżeli dla każdego $x, y \in X$ mamy $z \in \mathbb{P}$ taki, że $z \leq x$ i $z \leq y$.
- Powiemy, że X jest scentrowany, jeżeli dla każdego niepustego skończonego $F \subseteq X$ mamy $z \in \mathbb{P}$ taki, że $z \leq x$ dla każdego $x \in F$.
- Powiemy, że $\mathbb{P}$ jest σ -zlinkowany, jeżeli $\mathbb{P}$ jest przeliczalną sumą zbiorów zlinkowanych. Podobnie definiujemy σ -scentrowanie.

Pokaż, że

- a) Jeżeli $\mathbb{P}$ jest σ -scentrowany, to jest σ -zlinkowany, a jeżeli jest σ -zlinkowany, to jest ccc.
- b) Pokaż, że porządek z zadania 1 jest σ -scentrowany.
- c) Pokaż, że ameba jest σ -zlinkowana, ale nie σ -scentrowana.
- d) Spróbuj znaleźć przykład częściowego porządku, który jest ccc, ale nie jest σ -zlinkowany.



Zad. 3 Udowodnij (bezpośrednio, bez używania zadania 1), że aksjomat Martina pociąga za sobą $\mathfrak{b} = \mathfrak{c}$. Udowodnij, że aksjomat Martina implikuje $\mathfrak{d} = \mathfrak{c}$ używając przeliczalnego częściowego porządku.