

**Zad. 1**    Opisz hierarchię borelowską przeliczalnej przestrzeni metryzowalnej.

**Zad. 2**    Pokaż, że dla  $\gamma \in \{\Sigma_\alpha^0, \Pi_\alpha^0\}$ , jeśli  $A, B \in \Gamma$ , to  $A \cup B \in \Gamma$  i  $A \cap B \in \Gamma$ . Jeśli  $f : 2^\omega \rightarrow 2^\omega$  jest ciągła a  $A \in \Gamma$ , to  $f^{-1}[A] \in \Gamma$ .

**Zad. 3**    Opisz hierarchię borelowską liczby  $\omega_1$ . (Zobacz pierwszą listę o kombinatorice  $\omega_1$ )

**Zad. 4**    Pokaż, że zbiór uniwersalny zdefiniowany na wykładzie jest otwarty, to znaczy zbiór  $U = \{\langle x, y \rangle \in 2^\omega \times 2^\omega : y = \chi_A \wedge x \in U_A\}$ , gdy  $\mathcal{B} = \{B_n : n \in \omega\}$  jest ciągiem klopenów,  $U_A = \bigcup_{i \in A} B_i$ , jest otwarty.

**Zad. 5**    Pokaż, że nie istnieje zbiór uniwersalnego Borelego.