

Zad. 1 (7) Podaj przykład (lub krótko uzasadnij, że takowy nie istnieje):

a) Ciągu Cauchy'ego (w pewnej przestrzeni metrycznej), który nie jest zbieżny.

b) Przestrzeni ośrodkowej, która nie jest zwarta.

c) Podzbioru pewnej przestrzeni metrycznej, którego domknięcie jest równe wnętrzu.

d) Przestrzeni, która nie jest ani spójna ani ośrodkowa.

e) Przestrzeni nieośrodkowej, która jest zwarta.

Zad. 2 (4) Pokaż, że jeżeli ciąg (x_n) jest ciągiem Cauchy'ego w przestrzeni metrycznej (X, d) i posiada podciąg zbieżny, to jest ciągiem zbieżnym. Wywnioskuj, że przestrzenie zwarte są zupełne.

Zad. 3 (2) Wskaż zbiór $A \subseteq \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x < y\}$ (z metryką euklidesową), który jest homeomorficzny z $[0, 1)$.

Zad. 4 (2) Podaj przykład metryki na zbiorze ciągów liczb naturalnych.

Zad. 5 (4) Wykaż, że podzbiór zwarty \mathbb{R}^2 (z metryką euklidesową) musi być ograniczony.

Zad. 6 (3) Zdefiniuj zbiór Cantora.

Zad. 7 (3) Znajdź domknięcie zbioru $[0, 1) \times [0, 1)$ w przestrzeni \mathbb{R}^2 z metryką euklidesową i w przestrzeni \mathbb{R}^2 z metryką rzeka.