Zadanie żółte
Niech (X,d) będzie przestrzenią metryczną, a (F_n) ciągiem zstępującym jej zwartych podzbiorów. Niech

$$\bigcap_{n=0}^{\infty} F_n = F.$$

Udowodnij, że

- F jest niepusty.
- F jest zwarty.

Zadanie czerwone
Zbadaj domknięcie i wnętrze zbioru A w przestrzeni (X,d), jeżeli

1. A - zbiór funkcji różnowartościowych, $X = C[0,1]$, d - metryka supremum.
2. $A = \mathbb{Q} \cap X$, $X = [0,2) \cap (3,\infty)$, d - metryka euklidesowa.
3. A - zbiór ciągów okresowych, $X = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$, d - standardowa metryka.

Uwaga. O ciągu $x \in \{0,1\}^{\mathbb{N}}$ powiemy, że jest okresowy, jeżeli

$$\exists n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\ \forall k \in \mathbb{N}\ x(k) = x(k+n).$$

KOLOKWIUM 1

Analiza i Topologia R

17 listopada 2020

Rysunek 1: Kolokwium pilnuje Rene Baire.

Zadanie zielone
Czy płaszczyzna z metryką centrum jest zupełna? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie szare
Udowodnij, że jeżeli przestrzeń (X,d) spełnia poniższy warunek, to jest spójna: *dla każdych różnych punktów* x, y *istnieje włożenie*

$$f\colon [0,1] \to X,$$

takie że $f(0) = x$, $f(1) = y$.
Włożenie = homeomorifzm na obraz (tzn. funkcja spełniająca wszystkie warunki homeomorfizmu prócz „na“).

Zadanie różowe
Zbadaj, czy istnieje funkcja ciągła „na“ $f\colon X \to Y$, $g\colon Y \to X$ or homeomorfzim $h\colon X \to Y$, jeżeli

1. $X = \mathbb{R}$, $Y = (0,1) \cup (3,4)$, z metrykami euklidesowymi,
2. $X = \mathbb{R}$ z metryką centrum, $Y = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$.