

ANALIZA MATEMATYCZNA

LISTA ZADAŃ 13

12.01.2026

- Oblicz pole figury ograniczonej krzywymi:
 - $y = x^2$ i $y = 2x + 5$,
 - $y = e^x$ i prostą przechodzącą przez punkty $(0, 1)$ i $(1, e)$,
 - $y = \sin(x)$ i $y = \frac{2x}{\pi}$,
 - $y = x^4$ i $y = x^3$,
 - $y = \frac{1}{x}$ i $y = \frac{5}{2} - x$,
 - $y = \frac{1}{x^2}$, $y = \frac{1}{x^3}$ i $x = 2$.
- Oblicz długość łuku krzywej $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$ dla podanych $f(x)$ i $[a, b]$:
 - x , $[1, 2]$,
 - $2x - 3$, $[-7, 12]$,
 - e^x , $[1, 2]$,
 - $\sqrt{x^3}$, $[6, 10]$,
 - $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $[0, 1]$.
- Dla danych $f(x)$ i $[a, b]$ oblicz pole powierzchni bocznej bryły powstałej przez obrót krzywej $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$ wokół osi OX :
 - x^3 , $[0, 5]$,
 - e^{-x} , $[0, 10]$,
 - $\sqrt{x}$, $[0, 4]$,
 - $\sin(x)$, $[0, \pi]$,
 - $\cos(7x)$, $[0, 2\pi]$.
- Dla danych $f(x)$ i $[a, b]$ oblicz objętość bryły powstałej przez obrót obszaru $0 \leq y \leq f(x)$, $a \leq x \leq b$ wokół osi OX :
 - $\sqrt{x}$, $[0, 1]$,
 - x , $[1, 5]$,
 - x^7 , $[0, 10]$,
 - e^x , $[-3, 0]$,
 - $\sin(x)$, $[0, \frac{3\pi}{2}]$.
- Oblicz długość łuku krzywej $y = \sqrt{(x+5)^3}$, $0 \leq x \leq 8$.
- Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót obszaru $0 \leq y \leq xe^x$, $0 \leq x \leq 1$ wokół osi OX .
- Oblicz długość łuku krzywej $y = \log(x)$, $1 \leq x \leq \sqrt{3}$.
- Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót obszaru $\arctan(x) \leq y \leq \sqrt{\arctan^2(x) + 1 + \sin(x)}$, $0 \leq x \leq 2\pi$ wokół osi OX .
- Od pomarańczy o grubej skórce odcięto końce, tak, że ukazał się miąższ. Pomarańczę następnie pokrojono w równe plastry. Pokaż, że każdy plaster zawiera tyle samo skórki.
- Zbadaj zbieżność całek niewłaściwych i oblicz te, które są zbieżne:
 - $\int_0^\infty \frac{dx}{x^2 + 1}$,
 - $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$,
 - $\int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}}$,
 - $\int_{-1}^1 \frac{x-1}{x^2-1} dx$,
 - $\int_2^\infty \frac{dx}{x \log(x)}$,
 - $\int_0^\infty \frac{dx}{e^{\sqrt[3]{x}}}$,
 - $\int_0^\infty \cos(x) dx$,
 - $\int_1^\infty x^{\frac{1}{x}} dx$,
 - $\int_{-\infty}^\infty e^x dx$,
 - $\int_0^1 e^{\frac{1}{x}} dx$,
 - $\int_1^\infty \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^3} dx$,
 - $\int_2^\infty \frac{dx}{x \log^2(x)}$,
 - $\int_0^\infty x^3 \sin(x^4) dx$.