

ANALIZA MATEMATYCZNA
LISTA ZADAŃ 10

(1) Wyznaczyć promień zbieżności szeregu Maclaurina funkcji

(a) $f(x) = \sqrt{x+2}$, (b) $f(x) = \frac{1}{x+3}$, (c) $f(x) = \log(x+e)$.

(2) Znaleźć punkty przegięcia i przedziały wypukłości funkcji danych wzorami:

(a) $x^3 + 2x^2 + 3x + 4$; (b) $x^8 - x^2 + 7x - 15$; (c) e^{-x^2} ;
(d) $\sin^4 x$; (e) $\sqrt{x} - \log x$; (f) $x^4 + \sqrt[4]{x}$.

(3) Znaleźć punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^2$ w punkcie $(2, 4)$ z osią OY .

(4) Znaleźć punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x) = e^x$ w punkcie $(0, 1)$ z osią OX .

(5) Znaleźć punkt przecięcia stycznych do wykresu funkcji $f(x) = x^3$ odpowiednio w punktach $(-1, -1)$ i $(2, 8)$.

(6) Obliczyć $\int f(x) dx$ jeśli $f(x)$ dana jest wzorem:

(a) 10^x ; (b) $\sqrt[m]{n}$, $m, n \in \mathbf{N}$; (c) $a^x e^x$, $a > 0$;
(d) $3,4x^{-0,17}$; (e) $1 - 2x$; (f) $\left(\frac{1-x}{x}\right)^2$;
(g) $(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$; (h) $\frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3}$;
(i) $(x+1)^{22}$; (j) $\frac{x^{100} - 1}{x - 1}$; (k) $\sin^2 x$;
(l) $\frac{x^3}{x+1}$; (m) $\frac{x\sqrt[6]{x} + \sqrt[7]{x}}{x^2}$.

(7) Znaleźć taką funkcję $F(x)$, żeby $F''(x)$ była równa:

(a) $x^2 + 2x$; (b) $\cos x$; (c) e^{7x} .

(8) Znaleźć taką funkcję $F(x)$, że:

- (a) $F''(x) = x^2 + 1$, $F'(0) = 2$, $F(0) = 3$;
- (b) $F''(x) = \frac{1}{x^3}$, $F'(2) = 1$, $F(3) = 5$;
- (c) $F'''(x) = \sin x$, $F''(0) = F'(0) = F(0) = 0$;
- (d) $F''(x) = \frac{1}{x^2}$, $F'(1) = F'(-1) = 1$, $F(1) = F(-1) = 3$.

(9) Obliczyć $\int f(x) dx$ jeśli $f(x)$ dana jest wzorem:

- (a) $x \sin 2x$; (b) $x e^{-x}$; (c) $x^n \log x$, $n \in \mathbf{N}$;
- (d) $x^3 e^{5x}$; (e) $e^x \sin^2 x$; (f) $x 3^x$;
- (g) $x \sin x \cos x$; (h) $e^{3x} \sin 2x$; (i) $\sqrt{e^x - 1}$;
- (j) $e^x \sin e^x$; (k) $x e^{x^2}$; (l) $1 \cdot \sin \log x$;
- (m) $e^{-x^2} x$; (n) $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$; (o) $e^{\sqrt[3]{x}}$;
- (p) $\frac{1}{x \log x \log \log x}$; (q) $\cos x e^{\sin x}$; (r) 6^{1-x} ;
- (s) $\sin^5 x \cos x$; (t) $\tan x$; (u) $x e^{x^2} (x^2 + 1)$;
- (v) $e^{5x} \sin 3x$; (w) $e^{5x} \cos 3x$; (x) $\sin 3x \cdot \sin 5x$;
- (y) $\sin 15x \cdot e^{-4x}$; (z) $\frac{\arctan x}{x^2 + 1}$; (ż) $\frac{\arctan^7 x + 9 \arctan^5 x}{x^2 + 1}$;
- (z) $\frac{x^3}{(x-1)^{12}}$; (a) $\frac{\log^7 x + \log^2 x}{x}$; (ć) $e^{-x^2} x^5$;
- (e) $\sin \sqrt{x}$; (l) $\frac{\sqrt{2 + \log x}}{x}$; (ń) $\frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x + 1}}$;
- (ó) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.