

Lista zadań nr 9

Wstęp do Inżynierii Finansowej

Zadanie 1.

Załóżmy, że cena spot pewnej akcji niewypłacającej dywidend wynosi 100. Rozważmy model dwumianowy dwuokresowy, w którym $u = 1.1$, $d = 0.9$ (przy standardowych oznaczeniach). Wyceń w tym modelu europejską opcję binarną call z ceną wykonania K (tj. opcję, która wypłaci 1, jeśli w chwili T cena aktywa bazowego będzie powyżej K). Załóż zapadalność $T = 1$ oraz stopę wolną od ryzyka $r = 0.06$ (oprocentowanie ciągłe). Zadanie zrób dla dwóch poziomów ceny wykonania: $K_1 = 98$ oraz $K_2 = 100$ i porównaj wyniki.

Zadanie 2.

Załóżmy, że cena spot pewnej akcji niewypłacającej dywidend wynosi 100. Rozważmy model dwumianowy dwuokresowy, w którym $u = 1.1$, $d = 0.9$ (przy standardowych oznaczeniach). Wyceń w tym modelu opcję azjatycką put typu *average strike* (tj. z payoffem $\max(S_{AVG} - S_T, 0)$). Załóż zapadalność $T = 1$ oraz stopę wolną od ryzyka $r = 0.06$ (oprocentowanie ciągłe).

Zadanie 3. Egzamin Aktuarialny nr 62, mat. fin. zad. 9

Rozpatrujemy instrument finansowy wypłacający w chwili $t = 3$ kwotę $S_M - S_m$, gdzie S_i jest ceną akcji w chwili $t = i$, $i = 0, 1, 2, 3$, natomiast $S_M = \max(S_0, S_1, S_2, S_3)$ i $S_m = \min(S_0, S_1, S_2, S_3)$. Inwestor wycenia instrument na drzewie dwumianowym przy następujących założeniach:

- $S_0 = 100$,
- w ciągu roku cena akcji rośnie o 25% lub spada o 20%,
- roczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 10\%$,
- rynek nie dopuszcza arbitrażu.

Jaką cenę instrumentu otrzyma inwestor wykorzystując opisaną metodę?

Zadanie 4. Wyprowadź parytet put-call dla opcji binarnych typu *cash-or-nothing*.

Zadanie 5. Załóżmy, że cena spot pewnej akcji niewypłacającej dywidend wynosi 50. Rozważmy model dwumianowy trzyokresowy, w którym $u = 1.25$, $d = 0.8$ (przy standardowych oznaczeniach). Wyceń w tym modelu opcję europejską call, której cena wykonania K zależy od ceny akcji w chwili wykonania w następujący sposób:

$$K = \begin{cases} 30, & S_T < 30, \\ S_T, & 30 \leq S_T \leq 60, \\ 60 + \frac{1}{10}(S_T - 60), & 60 < S_T. \end{cases}$$

Załóż zapadalność $T = 3/4$ oraz stopę wolną od ryzyka $r = 0.08$ (oprocentowanie ciągłe).

Zadanie 6. Załóżmy, że cena spot pewnej akcji niewypłacającej dywidend wynosi 100. Rozważmy model dwumianowy trzyokresowy, w którym $u = 1.25$, $d = 0.8$ (przy standardowych oznaczeniach). Rozważmy w tym modelu europejski instrument pochodny o następującej funkcji wypłaty:

$$X_T = \begin{cases} 0, & S_T \leq K, \\ S_T - K - A, & K < S_T \end{cases}$$

o zapadalności $T = 3/4$ i cenie wykonania $K = 100$. Wyznacz wartość parametru A w taki sposób, aby cena tego instrumentu w chwili 0 wynosiła 0. Załóż stopę wolną od ryzyka $r = 0.08$ (oprocentowanie ciągłe).

Zadanie 7. Załóżmy, że cena spot pewnej akcji niewypłacającej dywidend wynosi 100. Rozważmy model dwumianowy trzyokresowy, w którym $u = 1.25$, $d = 0.8$ (przy standardowych oznaczeniach). Rozważmy w tym modelu europejski instrument pochodny o następującej funkcji wypłaty:

$$X_T = \begin{cases} 0, & S_T \leq K, \\ \alpha S_T - K, & K < S_T \end{cases}$$

o zapadalności $T = 3/4$ i cenie wykonania $K = 100$. Wyznacz cenę tego instrumentu w zależności od parametru α . Załóż stopę wolną od ryzyka $r = 0.08$ (oprocentowanie ciągłe).