

Lista zadań nr 6

Wstęp do Inżynierii Finansowej

Zadanie 1. (2 punkty) Rozważmy kontrakt forward na akcję niewypłacającą dywidendy. Konstruując odpowiedni portfel i powołując się na brak arbitrażu udowodnij, że musi zachodzić nierówność $F \leq S_0 e^{rT}$, gdzie F jest ceną forward, S_0 ceną spot akcji, T zapadalnością kontraktu, a r stopą wolną od ryzyka (nominalnie, przy oprocentowaniu ciągłym). *Wskazówka: pokaż to analogicznie do nierówności w przeciwną stronę, która była pokazana na wykładzie. Tym razem rozważ portfel składający się z short forward, akcji oraz pożyczki gotówkowej.*

Zadanie 2. (2 punkty) Załóżmy, że cena spot jednej akcji niewypłacającej dywidendy wynosi 40\$. Jaka powinna być cena rocznego kontraktu forward na tę akcję, żeby nie wprowadzić na rynku arbitrażu? Wskaż strategię arbitrażową (tzn. taki portfel, który pokazuje, że na rynku jest arbitraż) w przypadku, gdyby jego cena forward wynosiła a) 38\$, b) 42\$. Przyjmij model oprocentowania ciągłego ze stopą nominalną 3%.

Zadanie 3. (2 punkty) Zajmujesz długą pozycję w kontrakcie forward zapadającym za $T = 6$ lat. Aktywem bazowym jest pewna akcja, której cena spot wynosi $S_0 = 25$. Akcja ta nie wypłaca dywidend. Przyjmij model rynku jak na wykładzie, w szczególności załóż na rynku brak możliwości arbitrażu oraz dostępną krótką sprzedaż. Do obliczeń przyjmij oprocentowanie ciągłe z nominalną stopą procentową $r = 0.04$. Wykonaj następujące kroki:

1. Wyznacz cenę forward F opisanego kontraktu.
2. Narysuj wykres payoffu opisanego kontraktu.
3. W chwili $T/2$ decydujesz, że chcesz zamknąć swoją pozycję na tym kontrakcie. Znajdujesz ochotnika, który zajmie Twoją długą pozycję w tym kontrakcie za Ciebie. Za zgodą wszystkich stron sprzedajesz mu więc kontrakt za cenę K . Na rynku cena aktywa bazowego wzrosła od początku o 20% i wynosi teraz $S_{T/2} = 1.2 \cdot S_0$. Wyznacz cenę K w taki sposób, aby nie wystąpił arbitraż. Zrób to tworząc odpowiedni portfel replikujący payoff tego kontraktu, składający się z aktywa bazowego oraz gotówki. Wywnioskuj na jego podstawie bezarbitrażową cenę K . Uwaga: K może być dodatnie lub ujemne (w zależności od parametrów zadania) – zastanów się, co to oznacza.

Zadanie 4. (3 punkty) Udowodnij Twierdzenie z wykładu o kontraktach („Prawo jednej ceny”) oraz Wniosek z niego („cena portfela niewrażliwego na ryzyko”).

Zadanie 5. (2 punkty) Załóżmy, że posiadasz 1000\$ i docelowo, w chwili $T = 3$, chcesz je mieć wymienione na PLN. Możesz zastosować jedną z dwóch strategii:

1. Wymienić je dziś po cenie $S_0 = 4.2$ i do chwili T akumulować złotówki przy *risk-free rate* $r = 1.9\%$.
2. Zająć krótką pozycję w odpowiednim kontrakcie forward na dolary z zapadalnością T i sprzedać posiadane dolary w chwili T po cenie forward F zł za 1\$, a w międzyczasie akumulować swoje dolary zgodnie z *risk-free rate* $r_f = 1.1\%$.

Wyznacz cenę forward F w taki sposób, aby możliwość zastosowania tych dwóch strategii nie wprowadzała arbitrażu. Zapisz wzór na F jako funkcję od S_0, r, r_f, T . Z którym ze wzorów podanych na wykładzie pokrywa się Twój wzór?

Zadanie 6. (2 punkty) Rozważmy 6-miesięczny kontrakt forward na tonę pszenicy. Aktualna cena pszenicy wynosi 1000 zł za tonę, a półroczny koszt składowania pszenicy wynosi 0.5 zł za 100 kg. Wyznacz cenę forward powyższego kontraktu zakładając oprocentowanie ciągle ze stopą nominalną $r = 0.02$.

Zadanie 7. (3 punkty) Przygotuj mini-referat na temat kontraktów futures. Zawrzyj w nim m.in. następujące punkty:

- czym się różnią od kontraktów forward w praktyce,
- jakie są przykładowe elementy ich standaryzacji,
- z jakimi kontraktami mamy do czynienia na GPW (podaj przykłady),
- jakie są przykładowe standardy i rodzaje kontraktów na giełdach zagranicznych,
- do każdego z punktów podaj źródło, z którego korzystasz.