

Lista zadań nr 2

Wstęp do Inżynierii Finansowej

Rozwiązania zadań z tej listy należy zapisać *na kartce* (np. odpowiednie formuły), a w celu uzyskania wyników i wykresów należy wspomagać się eRem.

Zadanie 1. Rozważmy następujący przepływ pieniężny (gdzie t_i oznacza moment i -tej płatności, a x_i jej wysokość):

t_i	1	1.5	3
x_i	20	25	10

Policz wartość przyszłą tego przepływu na chwilę $t = 5$ przy nominalnej rocznej stopie procentowej $i = 3\%$ i następujących rodzajach oprocentowania:

- i) Oprocentowanie proste.
- ii) Oprocentowanie złożone z kapitalizacją półroczną.
- iii) Oprocentowanie ciągłe.

Zadanie 2. Rozważmy przepływ pieniężny $(\langle t_i, x_i \rangle)_{i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}}$ wypłacający kwoty $x_i = i$ w chwilach $t_i = 1.5 \cdot i$. Zapisz wzór na wartość tego przepływu w dowolnej chwili $t \geq 0$ przy nominalnej rocznej stopie procentowej $r = 3\%$ i oprocentowaniu ciągłym. Ile wynosi wartość obecna tego przepływu, a ile wartość przyszła w chwili $t = 10$? Narysuj wykres zależności jego wartości od czasu na przedziale $t \in [0, 40]$.

Zadanie 3. Rozważmy następujące 3 przepływy pieniężne:

$CF_1 :$	<table border="1"><tr><td>t_i</td><td>1</td><td>5</td><td>10</td></tr><tr><td>x_i</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>	t_i	1	5	10	x_i	3	4	5	$CF_2 :$	<table border="1"><tr><td>t_i</td><td>1</td><td>5</td><td>8</td></tr><tr><td>x_i</td><td>3</td><td>4.5</td><td>4</td></tr></table>	t_i	1	5	8	x_i	3	4.5	4	$CF_3 :$	<table border="1"><tr><td>t_i</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>x_i</td><td>2</td><td>5</td><td>3</td></tr></table>	t_i	0	3	6	x_i	2	5	3
t_i	1	5	10																										
x_i	3	4	5																										
t_i	1	5	8																										
x_i	3	4.5	4																										
t_i	0	3	6																										
x_i	2	5	3																										

Który z nich jest najkorzystniejszy przy nominalnej rocznej stopie procentowej $r = 5\%$ i oprocentowaniu ciągłym? Czy jak zmienimy stopę procentową to odpowiedź może się zmienić? Jeśli tak, to podaj dla jakich wartości stopy procentowej $r \in [0, 0.12]$ każdy z nich byłby najkorzystniejszy (wystarczy z dokładnością do 0.01%).

Zadanie 4. Rozważmy następującą strukturę stóp procentowych (nominalnych): $r_1 = 5\%$ ważną w pierwszym roku, $r_2 = 3\%$ ważną w drugim roku oraz $r_3 = 4\%$ ważną w trzecim, czwartym i piątym roku inwestycji. Ile warta będzie nasza inwestycja po 5 latach, jeśli dziś wpłacimy 1000 zł, za rok 500 zł, a za 2 lata jeszcze 300 zł? Przyjmij oprocentowanie ciągłe. Jaką należałoby przyjąć stałą stopę procentową r w ciągu tych 5 lat (również przy oprocentowaniu ciągłym), aby na koniec inwestycja była warta tyle samo co przy opisanej strukturze stóp?

Zadanie 5. Przepływ pieniężny pewnej inwestycji wygląda następująco:

t_i	0	1	2	5	6
x_i	-100	-200	-50	200	300

Czy ta inwestycja jest opłacalna dla kogoś, kto może w tym samym okresie lokować lub pożyczać pieniądze przy oprocentowaniu $r = 5\%$? Rozważ jak zwykle oprocentowanie ciągle z nominalną stopą r . Przy jakiej granicznej wysokości stopy r sytuacja się zmienia?

Zadanie 6. (2 punkty) Pewien kredyt studencki udzielany jest w postaci płatności 12 000 zł na początku każdego roku przez 5 lat. Następnie ma być spłacany za pomocą równych rat od 6 roku również przez 5 lat (spłaty też na początku każdego roku). Jaka powinna być rata kredytu, jeśli jego roczne efektywne oprocentowanie wynosi $i = 6\%$?

Zadanie 7. (2 punkty) Rozważmy pewien fundusz oszczędnościowo-rozliczeniowy skonstruowany w następujący sposób:

- na początku pierwszego roku działalności dokonywana jest pewna wpłata w wysokości S ,
- na końcu każdego roku dokonywana jest wypłata w wysokości 10% aktualnego stanu funduszu,
- na początku każdego roku, począwszy od drugiego, dokonywana jest wpłata do funduszu 1000 zł,
- środki zgromadzone na funduszu są oprocentowane efektywną roczną stopą procentową $i = 3\%$.

Wiadomo, że łączna kwota wypłacona z funduszu w okresie pierwszych 3 lat jego działalności wynosi 1736.44 zł. Oblicz ile wynosi S .

Zadanie 8. (2 punkty) Chcemy zainwestować kapitał początkowy 1000 USD na dwa lata. Mamy do wyboru trzy oferty banku:

- a) roczna lokata z roczną kapitalizacją (złożoną) i nominalną stopą procentową odsetek wynoszącą 4%,
- b) lokata półroczna z nominalną stopą procentową w wysokości 3% przy odsetkach kapitalizowanych miesięcznie w sposób składany,
- c) lokata półroczna z nominalną stopą procentową wynoszącą 3.1% w kapitalizacji ciągłej.

Z każdej lokaty możemy skorzystać tylko raz. W jakiej kolejności należy wybrać oferty, aby wartość kapitału po dwóch latach była największa? Wyznacz kwotę, którą uzyskamy po dwóch latach w przypadku optymalnego wyboru.

Zadanie 9. (2 punkty) Zamierzamy nabyć telewizor za 4999.99 zł. Mamy do wyboru trzy sposoby zapłaty:

- a) zapłacić od razu,
- b) wpłacić 10% ceny, wnieść opłatę 50 zł, a resztę spłacić w 12 ratach miesięcznych z dołu, po 400 zł,
- c) kupić dwa takie telewizory w promocji "drugi za pół ceny", a po miesiącu sprzedać ten zbędny telewizor za 3300 zł, płacąc 19-procentowy podatek od tej transakcji.

Który sposób jest dla nas najkorzystniejszy i czy to może zależeć od sytuacji rynkowej?