

# Lista zadań nr 8

## Wstęp do Inżynierii Finansowej

### Zadanie 1. (2 punkty)

Posiadasz portfel złożony z następujących pozycji na opcjach:

- 1 long put z ceną wykonania  $K_1$ ,
- 3 long call z ceną wykonania  $K_2$ ,
- 1 short call z ceną wykonania  $K_1$ ,

gdzie  $K_1 = 55$  i  $K_2 = 90$ . Wszystkie opcje mają tę samą zapadalność, to samo aktywo bazowe i są europejskimi opcjami waniliowymi. Niech  $pay(S)$  będzie funkcją payoffu tego portfela w zależności od ceny aktywa bazowego. Wyznacz minimum tej funkcji oraz wskaż jej miejsca zerowe. Narysuj jej wykres. Spróbuj rozwiązać to zadanie w taki sposób, aby można było podstawić dowolne wartości  $0 < K_1 < K_2$ .

**Zadanie 2.** Załóżmy, że cena spot pewnej akcji niewypłacającej dywidend wynosi 100. Rozważmy model dwumianowy jednookresowy, w którym cena tej akcji w chwili  $T$  może przyjąć jedną z dwóch wartości:  $S_T^{(1)} = 105$  lub  $S_T^{(2)} = 92$ . Wyceń w tym modelu europejską opcję waniliową PUT z ceną wykonania  $K = 110$ , zapadalnością  $T = 1/2$ , dla stopy wolnej od ryzyka  $r = 0.06$  (oprocentowanie ciągłe).

Korzystając z parytetu put-call wyznacz również cenę opcji call w tym samym modelu, na to samo aktywo, z tą samą ceną wykonania i zapadalnością.

### Zadanie 3. Egzamin Aktuarialny nr 49, mat. fin. zad. 2 (2 punkty)

Inwestor działający na rynku opcji na akcje otrzymał następujące kwotowania:

1. obecna cena akcji  $X$ : 100 PLN,
2. nominalna stopa wolna od ryzyka: 7% w skali roku,
3. europejska opcja kupna na 1 akcję  $X$  z ceną wykonania 95 PLN, wygasająca za 6 miesięcy kosztuje 11.4 PLN,
4. europejska opcja sprzedaży na 1 akcję  $X$  z ceną wykonania 95 PLN, wygasająca za 6 miesięcy kosztuje 5.6 PLN.

Inwestor uważa, że wykorzystując jedną akcję  $X$  istnieje możliwość zrealizowania zysku arbitrażowego. Strategia arbitrażowa ma opierać się na zajęciu odpowiednich pozycji na rynku opcji oraz na rynku akcji i instrumentów wolnych od ryzyka. Skonstruuj portfel dający arbitraż i oblicz zysk arbitrażowy na chwilę obecną (do obliczeń przyjmij kapitalizację ciągłą, dopuszczamy możliwość krótkiej sprzedaży akcji bez kosztów transakcyjnych).

**Zadanie 4. (2 punkty)**

Rozważmy kontrakt forward oraz opcje (europejskie waniliowe) call i put na to samo aktywo bazowe XYZ (akcję niewypłacającą dywidend) oraz z taką samą zapadalnością  $T$  lat. Ceny wykonania obu opcji są równe 110 zł. Dzisiejsza cena akcji XYZ wynosi 100 zł, natomiast jej cena forward w rozważanym kontrakcie to 125 zł. Dodatkowo wiemy, że cena opcji put wynosi 22 zł. Inwestor chce zbudować portfel składający się z obu tych opcji (tj. 1 call i 1 put, obie opcje w pozycji długiej). Ile będzie musiał zapłacić za taki portfel, jeśli na rynku nie ma arbitrażu? Narysuj też funkcję payoffu z tego portfela.

**Zadanie 5. (3 punkty)**

*Chooser Option* (opcja wyboru) z ceną wykonania  $K$  zapadająca w chwili  $T$  to taka opcja, która pozwala posiadaczowi w pewnej (ustalonej z góry) chwili  $T_0$  ( $0 < T_0 < T$ ) zdecydować, czy posiadana przez niego opcja jest opcją kupna czy sprzedaży (waniliową, europejską). Zauważ, że w takim razie wartość opcji wyboru w chwili  $T_0$  to  $\max(C_{T_0}, P_{T_0})$ , gdzie  $C_{T_0}$  i  $P_{T_0}$  są cenami odpowiednich opcji call i put (jakich?). Korzystając z parytetu put-call pokaż, że opcję wyboru można zapisać (zreplikować) jako sumę pewnych waniliowych opcji europejskich call i put (z odpowiednio dobranymi zapadalnościami i cenami wykonania).