

## Lista zadań nr 2

### Wstęp do Inżynierii Finansowej

Rozwiązania zadań z tej listy należy zapisać *na kartce* (np. odpowiednie formuły), a w celu uzyskania wyników i wykresów należy wspomagać się eRem.

**Zadanie 1.** Rozważmy następujący przepływ pieniężny (gdzie  $t_i$  oznacza moment  $i$ -tej płatności, a  $x_i$  jej wysokość):

$t_i$	1	1.5	3
$x_i$	20	25	10

Policz wartość przyszłą tego przepływu na chwilę  $t = 5$  przy nominalnej rocznej stopie procentowej  $i = 3\%$  i następujących rodzajach oprocentowania:

- i) Oprocentowanie proste.
- ii) Oprocentowanie złożone z kapitalizacją półroczną.
- iii) Oprocentowanie ciągłe.

**Zadanie 2.** Rozważmy przepływ pieniężny  $((t_i, x_i))_{i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}}$  wypłacający kwoty  $x_i = i$  w chwilach  $t_i = 1.5 \cdot i$ . Zapisz wzór na wartość tego przepływu w dowolnej chwili  $t \geq 0$  przy nominalnej rocznej stopie procentowej  $r = 3\%$  i oprocentowaniu ciągłym. Ile wynosi wartość obecna tego przepływu, a ile wartość przyszła w chwili  $t = 10$ ? Narysuj wykres zależności jego wartości od czasu na przedziale  $t \in [0, 40]$ .

**Zadanie 3.** Rozważmy następujące 3 przepływy pieniężne:

$CF_1 :$	<table border="1"><tr><td><math>t_i</math></td><td>1</td><td>5</td><td>10</td></tr><tr><td><math>x_i</math></td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>	$t_i$	1	5	10	$x_i$	3	4	5	$CF_2 :$	<table border="1"><tr><td><math>t_i</math></td><td>1</td><td>5</td><td>8</td></tr><tr><td><math>x_i</math></td><td>3</td><td>4.5</td><td>4</td></tr></table>	$t_i$	1	5	8	$x_i$	3	4.5	4	$CF_3 :$	<table border="1"><tr><td><math>t_i</math></td><td>0</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td><math>x_i</math></td><td>2</td><td>5</td><td>3</td></tr></table>	$t_i$	0	3	6	$x_i$	2	5	3
$t_i$	1	5	10																										
$x_i$	3	4	5																										
$t_i$	1	5	8																										
$x_i$	3	4.5	4																										
$t_i$	0	3	6																										
$x_i$	2	5	3																										

Który z nich jest najkorzystniejszy przy nominalnej rocznej stopie procentowej  $r = 5\%$  i oprocentowaniu ciągłym? Czy jak zmienimy stopę procentową to odpowiedź może się zmienić? Jeśli tak, to podaj dla jakich wartości stopy procentowej  $r \in [0, 0.12]$  każdy z nich byłby najkorzystniejszy (wystarczy z dokładnością do 0.01%).

**Zadanie 4.** Rozważmy następującą strukturę stóp procentowych (nominalnych):  $r_1 = 5\%$  ważną w pierwszym roku,  $r_2 = 3\%$  ważną w drugim roku oraz  $r_3 = 4\%$  ważną w trzecim, czwartym i piątym roku inwestycji. Ile warta będzie nasza inwestycja po 5 latach, jeśli dziś wpłacimy 1000 zł, za rok 500 zł, a za 2 lata jeszcze 300 zł? Przyjmij oprocentowanie ciągłe. Jaką należałoby przyjąć stałą stopę procentową  $r$  w ciągu tych 5 lat (również przy oprocentowaniu ciągłym), aby na koniec inwestycja była warta tyle samo co przy opisanej strukturze stóp?

**Zadanie 5.** Przepływ pieniężny pewnej inwestycji wygląda następująco:

$t_i$	0	1	2	5	6
$x_i$	-100	-200	-50	200	300

Czy ta inwestycja jest opłacalna dla kogoś, kto może w tym samym okresie lokować lub pożyczać pieniądze przy oprocentowaniu  $r = 5\%$ ? Rozważ jak zwykle oprocentowanie ciągle z nominalną stopą  $r$ . Przy jakiej granicznej wysokości stopy  $r$  sytuacja się zmienia?

**Zadanie 6. (2 punkty)** Pewien kredyt studencki udzielany jest w postaci płatności 12 000 zł na początku każdego roku przez 5 lat. Następnie ma być spłacany za pomocą równych rat od 6 roku również przez 5 lat (spłaty też na początku każdego roku). Jaka powinna być rata kredytu, jeśli jego roczne efektywne oprocentowanie wynosi  $i = 6\%$ ?

**Zadanie 7. (3 punkty)** Rozważmy pewien fundusz oszczędnościowo-rozliczeniowy skonstruowany w następujący sposób:

- na początku pierwszego roku działalności dokonywana jest pewna wpłata w wysokości  $S$ ,
- na końcu każdego roku dokonywana jest wypłata w wysokości 10% aktualnego stanu funduszu,
- na początku każdego roku, począwszy od drugiego, dokonywana jest wpłata do funduszu 1000 zł,
- środki zgromadzone na funduszu są oprocentowane efektywną roczną stopą procentową  $i = 3\%$ .

Wiadomo, że łączna kwota wypłacona z funduszu w okresie pierwszych 3 lat jego działalności wynosi 1736.44 zł. Oblicz ile wynosi  $S$ .

**Zadanie 8. (2 punkty)** Chcemy zainwestować kapitał początkowy 1000 USD na dwa lata. Mamy do wyboru trzy oferty banku:

- a) roczna lokata z roczną kapitalizacją (złożoną) i nominalną stopą procentową odsetek wynoszącą 4%,
- b) lokata półroczna z nominalną stopą procentową w wysokości 3% przy odsetkach kapitalizowanych miesięcznie w sposób składany,
- c) lokata półroczna z nominalną stopą procentową wynoszącą 3.1% w kapitalizacji ciągłej.

Z każdej lokaty możemy skorzystać tylko raz. W jakiej kolejności należy wybrać oferty, aby wartość kapitału po dwóch latach była największa? Wyznacz kwotę, którą uzyskamy po dwóch latach w przypadku optymalnego wyboru.

**Zadanie 9. (2 punkty)** Zamierzamy nabyć telewizor za 4999.99 zł. Mamy do wyboru trzy sposoby zapłaty:

- a) zapłacić od razu,
- b) wpłacić 10% ceny, wnieść opłatę 50 zł, a resztę spłacić w 12 ratach miesięcznych z dołu, po 400 zł,
- c) kupić dwa takie telewizory w promocji "drugi za pół ceny", a po miesiącu sprzedać ten zbędny telewizor za 3300 zł, płacąc 19-procentowy podatek od tej transakcji.

Który sposób jest dla nas najkorzystniejszy i czy to może zależeć od sytuacji rynkowej?