

Lista zadań nr 1

Wstęp do Inżynierii Finansowej

Wszystkie polecenia wykonuj w RStudio. Na początku każdego polecenia wykorzystującego generowanie liczb (pseudo)losowych ustal źródło losowości poleceniem `set.seed(1)`. Dzięki temu będzie można wygodnie porównać i odtworzyć otrzymane wyniki.

Zadanie 1. Wygeneruj 1000 elementów wektora "falującego", tzn. wektora, który zachowuje następujący wzór: 0,1,2,1,0,-1,-2,-1,0,1,2... Następnie policz kumulatywną sumę jego wyrazów (tzn. mając wektor $(X_1, X_2, \dots, X_{1000})$ zamień go na $(X_1, X_1 + X_2, \dots, X_1 + \dots + X_{1000})$). Narysuj na wykresie sam wektor oraz tę sumę. Policz odchylenie standardowe obu.

Zadanie 2. Zaimplementuj funkcje $cp(S, K) = \max(S - K, 0)$ oraz $pp(S, K) = \max(K - S, 0)$. Następnie przy ich użyciu narysuj liniowe wykresy funkcji:

- $cp(S, 80) - cp(S, 120)$,
- $pp(S, 120) - pp(S, 80)$,
- $cp(S, 50) + cp(S, 150) - 2 \cdot cp(S, 100)$,

dla $S \in [0, 200]$.

Zadanie 3. Prosty błądzeniem losowym nazywamy proces, który zaczyna w zerze i w każdym kroku z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$ może pójść o 1 krok w górę albo o 1 krok w dół. Wygeneruj i narysuj 1 obserwację prostego błądzenia losowego przez 1000 kroków, a następnie na tym samym wykresie umieść wykres kroczącego maksimum oraz kroczącego minimum dla tego procesu. Sprawdź, w których miejscach i ile razy Twój proces przeszedł przez 0. Na koniec zmień kilkakrotnie źródło losowości i sprawdź jak zmieniają się wyniki.

Zadanie 4. Napisz prostą funkcję $dis(c,t)$, która w wyniku zwróci $c \cdot e^{-0.05t}$. Wygeneruj następnie dwa wektory:

- wektor $v1$ składający się z 1000 obserwacji z rozkładu wykładniczego o średniej 5,
- wektor $v2$ składający się z 1000 obserwacji z rozkładu jednostajnego na odcinku $[0, 20]$.

Narysuj wykres zależności $v2$ od $v1$.

Policz sumę wartości zwracanych przez funkcję $dis(c,t)$ nałożoną na te dwa wektory (tzn. argument c ma pochodzić z wektora $v1$, a argument t z tej samej pozycji w wektorze $v2$). Policz tę sumę dla różnych źródeł losowości. Jakie masz obserwacje i czy potrafisz zweryfikować, czy otrzymywane sumy są poprawne?

Zadanie 5. Utwórz wektor liczb od -1000 do 1000, dokonaj jego losowej permutacji, a następnie usuń z niego wszystkie wyrazy, które są mniejsze niż suma wszystkich poprzednich wyrazów ciągu (włącznie z obecnym wyrazem). Policz ile ostatecznie wyrazów zostało w tak zmodyfikowanym ciągu. Następnie zastąp sumę przez maksimum i porównaj wyniki.