Zadanie 11. Wyjaśnij, dlaczego wypukłość preferencji interpretowana jest jako "preferowanie średnich w porównaniu ze skrajnościami".

Zadanie 12. Czy 2 różne krzywe obojętności mogą się przecinać? Czy krzywa obojętności może przecinać się sama ze sobą? A przy założeniu monotoniczności preferencji?

Zadanie 13. Koszyki $A(1,3)$ i $B(3,1)$ leżą na tej samej krzywej obojętności. Wiedząc, że preferencje są monotoniczne i wypukłe określ wzajemną relację koszyków A i $C(\frac{5}{2},\frac{5}{2})$ oraz B i $D(2,2)$.

Zadanie 14. Załóżmy, że przestrzeń towarów X jest przestrzenią przeliczalną (tzn. składa się z przeliczalnej ilości punktów). Udowodnij, że dla dowolnych preferencji w takiej przestrzeni da się skonstruować funkcję użyteczności.

Zadanie 15. Znajdź po 3 różne funkcje użyteczności dla konsumentów z zadań 1-5.

Zadanie 16. Podaj przykład preferencji wypukłych dla których funkcja $y = f(x)$ zadająca te krzywe nie jest funkcją wypukłą.

Zadanie 17. Wykaż, że preferencje opisane przez funkcję użyteczności postaci $f(x,y) = xy$ są preferencjami wypukłymi.

Zadanie 18. Podaj przykład nieciągłej funkcji użyteczności definiującej te same preferencje, co funkcja użyteczności $u(x,y) = xy$.

Zadanie 19. Funkcję rzeczywistą u określoną na przestrzeni towarów nazywamy *quasi-wklęsłą*, jeśli dla każdych $\alpha,\beta \geqslant 0$, $\alpha+\beta = 1$ oraz dowolnych koszyków A i B zachodzi

$$u(\alpha A + \beta B) \geqslant \min\{u(A), u(B)\},$$

i) uzasadnij, że jeśli relacja preferencji jest wypukła, to każda funkcja użyteczności związana z tą relacją jest quasi-wklęsła. Zarazem, jeśli dla relacji preferencji istnieje quasi-wklęsła funkcja użyteczności, to relacja jest wypukła.

Zadanie 20. Czy funkcje użyteczności $u(x,y) = x + \sqrt{y}$ oraz $u(x,y) = x^2 + 2\sqrt{y}x + y$ generują te same krzywe obojętności? A dla funkcji użyteczności danych wzorami $u(x,y) = x - \sqrt{y}$ oraz $u(x,y) = x^2 - 2\sqrt{y}x + y + 5$?

Zadanie 21. Które z poniższych funkcji użyteczności opisują te same preferencje? a) $u(x,y) = xy$; b) $u(x,y) = x^2y$; c) $u(x,y) = xy^2$; d) $u(x,y) = \frac{1}{xy}$; e) $u(x,y) = e^{xy}$; f) $u(x,y) = \frac{\ln|xy|}{2}$; g) $u(x,y) = e^{x+y}$; h) $u(x,y) = \ln|x| + \ln|y|$;

Zadanie 22. T. Domenich i D. McFadden przedstawili w 1975 r. funkcję użyteczności opisującą wybór środka komunikacji postaci:

$$U(TW,TT,C,AW,R,Z) = -0,147TW - 0,00411TT - 2,24C + 3,78AW - 2,91R - 2,36Z$$

gdzie TW to ogólny czas dojścia do autobusu albo samochodu, TT - ogólny czas podróży w minutach, C - ogólny koszt podróży w dolarach, AW - liczba samochodów przypadająca na 1 pracującego w danym gospodarstwie domowym, R - rasa (0-czarna, 1- biała) i Z - to rodzaj pracy (0- fizyczna, 1 - umysłowa). Jaką wartość (w dolarach) przedstawia 1 dodatkowa minuta dojścia do autobusu lub samochodu? A jaką minuta dodatkowej podróży? Ile dolarów byłby skłonny zapłacić konsument by skrócić czas swojej podróży o 10 minut? Ile minut dłużej zgodziłby się jechać konsument by zaoszczędzić 1 minutę dojścia?

Zadanie 23. Znajdź dwie funkcje użyteczności opisujące różne preferencje dla których MRS w każdym punkcie jest taka sama.

Zadanie 24. Udowodnić, że monotoniczna transformacja funkcji użyteczności nie zmienia MRS.

Zadanie 25. Oblicz MRS dla funkcji Cobba-Douglasa.

Zadanie 26. Dla preferencji zadanych funkcją Cobba-Douglasa oblicz koszyk optymalny.

Zadanie 27. Klient A ma funkcję użyteczności postaci $x^\alpha y^\beta$. Jaką część swoich dochodów przeznacza on na zakup dobra pierwszego?

Zadanie 28. Z obserwacji zachowania klienta A wynika, że na dobro pierwsze wydaje $\frac{1}{3}$ posiadanych pieniędzy a na dobro drugie $\frac{2}{3}$ posiadanych dochodów. Dla jakich współczynników α, β funkcja Cobba-Douglasa postaci $x^\alpha y^\beta$ najlepiej opisuje preferencje klienta A?

Zadanie 29. Znajdź takie równanie linii budżetowej, by koszyk optymalny znajdował się: *a)* na linii budżetowej; *b)* w punkcie $(0, \frac{m}{p_1})$; *c)* w punkcie $(0, 0)$, jeśli funkcja użyteczności dana jest wzorem $u(x, y) = (x-4)^2 + (y-4)^2$.

Zadanie 30. Miejski Ośrodek Pomocy Społecznej rozważa dwa sposoby pomocy ubogim rodzinom: *a)* przez sprzedaż bonu o wartości 100 złotych za 20 złotych. Bon ten może zostać wymieniony w wyznaczonych sklepach na żywność; *b)* przez rozdanie podobnego bonu ale o wartości 80 złotych; *c)* przez wypłatę 80 złotych. Dla uproszczenia przyjmijmy, że cena żywności wynosi 2 a pozostałych dóbr 1 złoty, dochód zaś m. Jak w obu przypadkach wyglądają linie budżetowe? Która z wyżej wymienionych możliwości jest najbardziej korzystna dla rodzin a która dla MOPS-u? Przy jakich założeniach o funkcji użyteczności?

Zadanie 31. Klient A. nabywa tylko jabłka i gruszki w cenie 2 zł. (jabłka) i 4 złote (gruszki). Widząc, że klient mierzy swoje zadowolenie funkcją użyteczności daną wzorem $u(x, y) = \min\{x^2, y^3\}$ oraz że w koszyku znalazło się 8 jabłek oblicz dochód klienta A.

Zadanie 32. Klient A ma preferencje zadane przez funkcję użyteczności $u(x, y) = e^{x^2 y}$. Cena dobra x wynosi p a y 1. Dochody klienta A wynoszą m. Dla jakich wartości m i p klient A będzie kupował dokładnie 20 sztuk dobra x?

Zadanie 33. Znajdź koszyk optymalny dla funkcji użyteczności danych wzorami: *a)* $u(x, y) = x^2 + xy$; *b)* $u(x, y) = y^2 + xy$; *c)* $u(x, y) = xy + x + y$; *d)* $u(x, y) = x^2 + y^2 + xy$;

Zadanie 34. Pan NN ze względu na ilość spożytych kilogramów mięsa i pozostałe dobra ma funkcję użyteczności daną funkcją $f(x, y) = x^5 + y$. Jego dochód wynosi 5000 zł. Wiadomo, że kilogram mięsa kosztuje 20 złotych. Ile mięsa spożywa miesięcznie pan NN? Przyjaciółka pana NN ma funkcję użyteczności daną funkcją $f(x, y) = x^3 + y^2$. Stać ją na zakup conajmniej 50 kg mięsa. Ile kilogramów mięsa miesięcznie spożywa przyjaciółka pana NN. Wyznacz koszyk optymalny.