

## SVD

Kilka obrazków jest dostępnych na stronie:

[http://www.math.uni.wroc.pl/~lorek/image\\_analysis/images/](http://www.math.uni.wroc.pl/~lorek/image_analysis/images/)

Przypomnijmy, macierz (obrazek)  $f$  rozmiaru  $n \times d$  możemy zapisać jako

$$f = U\Sigma^{\frac{1}{2}}V^T,$$

gdzie  $U : n \times r, \Sigma : r \times r, V^T : r \times d$ . Jest to równoważne

$$f = \sum_{i=1}^r \lambda_i^{\frac{1}{2}} \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T,$$

gdzie  $\mathbf{u}_i$  to  $i$ -ta kolumna macierzy  $U$ , a  $\mathbf{v}_i$  to  $i$ -ta kolumna macierzy  $V$ . Typowo  $\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T$  nazywany jest *obrazkiem własnym*.

W Pythonie (w NumPy) używamy SVD następująco:

```
import numpy as np
M # obrazek n na d
U,d,VT = np.linalg.svd(M, full_matrices=False)
D=np.diag(d)
```

1. Wykonaj na przykładowych obrazkach kolorowych SVD osobno na każdym z kanałów R, G oraz B, a następnie weź tylko  $p < r$  obrazków własnych z każdego kanału i przedstaw z powrotem jako obraz RGB. Potestuj różne  $p$ .
2. Obraz trójkolorowy `img.shape=(n,d,3)` możemy zapisać jako macierz  $M = (n \cdot d \times 3)$ . Na takiej macierzy wykonaj SVD, tj.  $M = U\Sigma^{\frac{1}{2}}V^T$ . Zauważ, że wymiary będą następujące:  $U : n \cdot d \times 3, \Sigma : 3 \times 3, V^T : 3 \times 3$ . Tym razem możemy interpretować 3 kolumny macierzy  $U$  jako obrazki własne (zmieniając z powrotem każdą z kolumn na macierz rozmiaru  $n \times d$ ). Wyświetl każdą z kolumn jako takie obrazki. Podejście to może służyć jako sposób konwersji RGB  $\rightarrow$  obrazek w skali szarości.

Na obrazku `nuclei1b.jpg` porównaj powyższe podejście z jedną z typowych konwersji obrazu RGB, mianowicie z następującą liniową kombinacją kanałów R, G, B:

$$L = 0.2989R + 0.5870G + 0.1140B.$$

Potestuj inne kolorowe obrazki.