
SPRAWDZIAN 1

Grupa Φ

Sprawdzian trwa 45 min. Zadanie 6 jest zdecydowanie trudniejsze i nie będzie sprawdzane o ile poprzednie 5 zadań nie będzie zrobione poprawnie. Za każde zadanie możesz otrzymać maksymalnie 1 pkt. Liczba punktów zdobytych to Twoja ocena ze sprawdzianu. Powodzenia!

(0 pkt). Podaj losową liczbę od 1 do 10

Zadanie 1. Wykaż, że jeżeli $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, to $\frac{1}{2} \leq P(A \cup B) \leq \frac{5}{6}$

Zadanie 2. Sprawdź czy dana funkcja jest dystrybuantą. Jeśli jest, narysuj gęstość jej odpowiadającą i nazwij rozkład.

a) $F(x) = 1 - e^{x^3+1}, x \in (-\infty, \infty)$

b) $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 10 \\ \frac{x-10}{5} & x \in [10, 15] \\ 1 & x > 15 \end{cases}$

Zadanie 3. Zmienna losowa X ma gęstość $f(x) = \cos(x), x \in (0, \frac{\pi}{2})$. Policz wartość oczekiwaną zmiennej losowej X .

Zadanie 4. Wiedząc, że dla ciągłej zmiennej losowej X mamy $P(X > -7) = a, P(X > 3) = b, P(X < 14) = c$, oblicz $P(Z > 21)$, gdzie $Z = X^2 + 4X$. Uwaga! Nie wszystkie dane w zadaniu są potrzebne!

Zadanie 5. Zmienne losowe X_1, X_2, X_3 są ciągłe, niezależne i mają taki sam rozkład o dystrybuancie F . Policz $P(\min(X_1, \max(X_2, X_3)) > x)$.

Zadanie 6. (*) Iglę o długości l rzucono na podłogę z desek o szerokości $a (l \ll a)$. Jaka jest szansa, że igła przetnie krawędź deski?

SPRAWDZIAN 1

Grupa Ψ

Sprawdzian trwa 45 min. Zadanie 6 jest zdecydowanie trudniejsze i nie będzie sprawdzane o ile poprzednie 5 zadań nie będzie zrobione poprawnie. Za każde zadanie możesz otrzymać maksymalnie 1 pkt. Liczba punktów zdobytych to Twoja ocena ze sprawdzianu. Powodzenia!

(0 pkt). Podaj losową liczbę od 1 do 10

Zadanie 1. Wiedząc, że $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(B^c) = \frac{2}{3}$, $P(B|A^c) = \frac{1}{4}$, gdzie $A^c = \Omega - A$ uzasadnij, że $P(A^c \cup B) = \frac{14}{15}$

Zadanie 2. Sprawdź czy dana funkcja jest dystrybuantą. Jeśli jest, narysuj gęstość jej odpowiadającą i nazwij rozkład.

$$\text{a) } F(x) = \begin{cases} 0 & x < 3 \\ \frac{x-3}{6} & x \in [3, 9] \\ 1 & x > 9 \end{cases}$$

$$\text{b) } F(x) = 1 - e^{x^2+1}, x \in (-\infty, \infty)$$

Zadanie 3. Zmienna losowa X ma gęstość $f(x) = \frac{1}{2} \sin(x)$, $x \in (0, \pi)$. Policz wartość oczekiwaną zmiennej losowej X .

Zadanie 4. Wiedząc, że dla ciągłej zmiennej losowej X mamy $P(X > -5) = a$, $P(X < 0) = b$, $P(X > 3) = c$, oblicz $P(Z < 30)$, gdzie $Z = 2X^2 + 4X$. Uwaga! Nie wszystkie dane w zadaniu są potrzebne!

Zadanie 5. Zmienne losowe X_1, X_2, X_3 są ciągłe, niezależne i mają taki sam rozkład o dystrybuancie F . Policz $P(\max(X_1, \min(X_2, X_3)) < x)$.

Zadanie 6. (*) Igłę o długości l rzucono na podłogę z desek o szerokości a ($l \ll a$). Jaka jest szansa, że igła przetnie krawędź deski?