

Ćwiczenia 17.01.2011: zad. 412-428  
 Ćwiczenia 25.01.2011: zad. 438-460

Kolokwium nr 13, 18.01.2011: materiał z zad. 1-433  
 Kolokwium nr 14, 25.01.2011: materiał z zad. 1-460

## Szeregi potęgowe.

Wyznaczyć przedział zbieżności szeregu potęgowego

$$\begin{array}{llll}
 412. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{n^{10}} & 413. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}} & 414. \sum_{n=0}^{\infty} 50^n x^{2n+5} & 415. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)} \\
 416. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\sqrt{n^2+n-n}} & 417. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+5} x^{3n+7}}{n \cdot 6^{2n}} & 418. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)! x^n}{(n!)^3} & 419. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+7} x^{6n}}{\sqrt{n}} \\
 420. \sum_{n=1}^{\infty} n! x^{2^n} & 421. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(54n+1)^n x^{3n}}{(81n+2)^n} & 422. \sum_{n=1}^{\infty} 10^{n^2} x^{n^3} & 423. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{3n}{n} x^n}{n^2}
 \end{array}$$

Obliczyć promień zbieżności szeregu potęgowego

$$\begin{array}{llll}
 424. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^{n+7} & 425. \sum_{n=0}^{\infty} \binom{4n}{n} x^n & 426. \sum_{n=0}^{\infty} n! x^{n^2} & 427. \sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+10}{n} x^n \\
 428. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!(3n)!}{(2n)!(2n)!} x^n & & & 
 \end{array}$$

## Konwersatorium 13, 20.01.2011.

Obliczyć sumy szeregów potęgowych

$$429. \sum_{n=0}^{\infty} x^n \quad 430. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2^n} \quad 431. \sum_{n=1}^{\infty} n x^n$$

432. Podać przykład szeregu potęgowego o promieniu zbieżności 2 i sumie równej 7 dla  $x = 1$ .

433. Podać przykład dwóch szeregów potęgowych o promieniach zbieżności 1, których suma jest szeregiem potęgowym o promieniu zbieżności 2.

434. Podać przykład takiego szeregu zbieżnego  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  o sumie 100 i wyrazach dodatnich, że  $a_n = n$  dla  $n \leq 10$ .

435. Podać przykład takiego szeregu  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  rozbieżnego do  $-\infty$ , że  $a_n = n$  dla nieskończenie wielu  $n$ .

436. Podać przykład takiego szeregu rozbieżnego  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , że granica  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$  istnieje i jest mniejsza od 1.

437. Podać przykład takiego szeregu zbieżnego  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , że  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$  dla nieskończenie wielu  $n$ .

## Uzupełnienie: liczby zespolone, zespolone szeregi liczbowe i potęgowe.

438. Sprawdzić, że

$$\sqrt{a+bi} = \pm \left( \sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{2}} + i \operatorname{sgn}(b) \sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{2}} \right),$$

jeśli  $b \neq 0$ .

Rozwiązać równania i układy równań.

439.  $\bar{z} = z^2$    440.  $\bar{z} = z^{-1}$    441.  $1+i = z^2$    442.  $3+4i = z^2$

443.  $-3+4i = z^2$    444.  $z^2+z = i$    445.  $z^2+iz = 1$    446.  $z = \bar{z}+1$

447.  $z^2\bar{z} = 8i$    448.  $z^4+10z^2+61 = 0$

449.  $\begin{cases} z_1^2 = z_2 \\ z_2^2 = z_1 \end{cases}$    450.  $\begin{cases} z_1^2 + z_2^2 = 1 \\ z_1 + z_2 = -1 \end{cases}$

451.  $\begin{cases} z_1 + iz_2 = 1 \\ z_2 + iz_1 = 2 \end{cases}$    452.  $\begin{cases} z_1 + \bar{z}_2 = 1 \\ \bar{z}_1 + z_2 = i \end{cases}$

453.  $z^5 = 1$    (Wsk.  $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = (z^2 + az \pm 1)(z^2 + bz \pm 1)$ )

Rozwiązać równania i nierówności. Zaznaczyć zbiór rozwiązań na płaszczyźnie zespolonej.

454.  $\operatorname{Re} z + \operatorname{Re} z^2 \geq 0$    455.  $3|z| \leq |z^2| + 1$    456.  $|z| = |\bar{z} + 1|$

457.  $|z+i| \leq |z-i|$    458.  $\operatorname{Im} \frac{z}{z^2+1} = 0$    459.  $\operatorname{Re} \frac{z+1}{z} = 0$

460. W trójkącie prostokątnym  $PQD$  kąt przy wierzchołku  $P$  jest prosty, a przy tym  $PQ = 1$  i  $PD = 4$ . Ponadto punkt  $C$  jest środkiem odcinka  $PD$ , punkt  $A$  jest środkiem odcinka  $PC$ , punkt  $B$  jest środkiem odcinka  $AC$ . Punkt  $E$  leży na prostej  $PD$ , przy czym

$$\sphericalangle PQA + \sphericalangle PQB + \sphericalangle PQC = \sphericalangle PQD + \sphericalangle PQE.$$

Obliczyć  $PE$ .

## Konwersatorium 27.01.2011.

### Kryteria zbieżności szeregów o wyrazach zespolonych

#### Warunek konieczny zbieżności

Jeżeli  $z_n$  nie dąży do 0, to szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$  jest rozbieżny.

#### Zbieżność bezwzględna

Jeżeli  $\sum_{n=1}^{\infty} |z_n| < \infty$ , to szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$  jest zbieżny.

#### Kryterium d'Alemberta

Jeżeli  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{z_{n+1}}{z_n} \right| < 1$ , to szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$  jest zbieżny.

Jeżeli  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{z_{n+1}}{z_n} \right| > 1$ , to szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$  jest rozbieżny, a co więcej  $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n| = +\infty$ .

### Kryterium Cauchy'ego

Jeżeli  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|z_n|} < 1$ , to szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$  jest zbieżny.

Jeżeli  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|z_n|} > 1$ , to szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$  jest rozbieżny, a co więcej  $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n| = +\infty$ .

### Uogólnienie kryterium o szeregach naprzemiennych

Jeżeli ciąg  $(a_n)$  jest zbieżnym do zera nierosnącym ciągiem liczb rzeczywistych dodatnich, to dla dowolnej takiej liczby zespolonej  $z$ , że  $|z| = 1$  oraz  $z \neq 1$ , szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n z^n$  jest zbieżny.

Powyższe jest prawdą także dla  $|z| < 1$ , ale wówczas na ogół stosujemy inne kryteria.

### Inne kryteria

Jeżeli szeregi  $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$  i  $\sum_{n=1}^{\infty} y_n$  są zbieżne, to szeregi  $\sum_{n=1}^{\infty} (z_n \pm y_n)$  są zbieżne i wówczas

$$\sum_{n=1}^{\infty} (z_n \pm y_n) = \sum_{n=1}^{\infty} z_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} y_n.$$

Jeżeli szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$  jest zbieżny, a szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} y_n$  jest rozbieżny, to szeregi  $\sum_{n=1}^{\infty} (z_n \pm y_n)$  są rozbieżne.

Dla dowolnej liczby zespolonej  $c \neq 0$  szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} cz_n$  jest zbieżny wtedy i tylko wtedy, gdy zbieżny jest szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$ . Jeśli oba szeregi są zbieżne, to

$$\sum_{n=1}^{\infty} cz_n = c \sum_{n=1}^{\infty} z_n.$$

Zbieżność szeregu nie zależy od zmiany lub pominięcia skończenie wielu początkowych wyrazów.

Szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$  jest zbieżny wtedy i tylko wtedy, gdy zbieżne są jednocześnie szeregi  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re} z_n$  oraz  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Im} z_n$ . Jeśli podane szeregi są zbieżne, to

$$\sum_{n=1}^{\infty} z_n = \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re} z_n + i \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Im} z_n.$$

Obszar zbieżności szeregu potęgowego jest kołem o środku w zerze i promieniu  $R \in [0, +\infty]$ , zwanym promieniem zbieżności szeregu. Przy  $R = 0$  koło zbieżności degeneruje się do punktu 0, przy  $R = +\infty$  obszarem zbieżności jest cała płaszczyzna zespolona.

Na okręgu będącym brzegiem koła zbieżności szereg potęgowy może być zbieżny w części punktów, a w części rozbieżny.

Zbadać zbieżność szeregów:

$$461. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + in + 1} \quad 462. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + i} \quad 463. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + i} \quad 464. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+i}{n^2 + i}$$

Wyznaczyć obszary zbieżności zespolonych szeregów potęgowych:

$$465. \sum_{n=0}^{\infty} 2^n z^n \quad 466. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8z^n}{n^2} \quad 467. \sum_{n=1}^{\infty} n z^n$$

$$468. \sum_{n=0}^{\infty} n! z^{n^2} \quad 469. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{6n}}{n}$$

### Zadania powtórzeniowe.

Część zadań powtórzeniowych może zostać omówiona na ćwiczeniach w poniedziałek 31 stycznia 2011 r. oraz na konwersatorium w **czwartek 1 lutego 2011 r.**, a także na ostatnich wykładach.

EGZAMIN: Poniedziałek 7 lutego 2011 r., godz. 9-12.

EGZAMIN POPRAWKOWY: Środa 16 lutego 2011 r., godz. 9-12.

Konsultacje przedegzaminacyjne o godz. 11.00 w przededniu roboczym egzaminu (piątek 4 lutego 2011 r. oraz wtorek 15 lutego 2011 r.).

**470.** W każdym z zadań **470.1-470.5** podaj kresy zbioru oraz określ, czy kresy należą do zbioru.

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy  $-\infty$  albo  $+\infty$ .

$$470.1. A = \left\{ \frac{5m-2n}{mn} : m, n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \right\}$$

$$470.2. B = \left\{ \frac{m}{n+7} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$470.3. C = \{x^2 : x \in (-2, 1)\}$$

$$470.4. D = \{x^3 : x \in (-2, 1)\}$$

$$470.5. E = \{3x^2 + y^3 : x, y \in (-2, 1)\}$$

**471.** W każdym z zadań **471.1-471.4** udziel czterech **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.

**471.1** O zdaniu  $T(n)$  wiadomo, że prawdziwe jest  $T(1)$ , a ponadto dla każdej liczby naturalnej  $n$  zachodzi implikacja  $T(n) \Rightarrow T(n+2)$ . Czy stąd wynika, że prawdziwa jest implikacja

a)  $T(2008) \Rightarrow T(3009)$

b)  $T(2008) \Rightarrow T(3010)$

c)  $T(2009) \Rightarrow T(3010)$

d)  $T(2009) \Rightarrow T(3011)$

**471.2** Szereg liczbowy o wyrazach rzeczywistych  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  jest **zbieżny**. Czy stąd wynika, że **zbieżny** jest szereg

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{a_n}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2008a_n$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 1)$

**471.3** Szereg liczbowy o wyrazach rzeczywistych  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  jest **zbieżny**. Czy stąd wynika, że **rozbieżny** jest szereg

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{a_n}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2008a_n$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 1)$

**471.4** Czy funkcja

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2 + cx + d & \text{dla } x \leq 0 \\ ex^3 + fx^2 + gx + h & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$

jest ciągła, jeżeli

a)  $a = 23, b = 24, c = 25, d = 26, e = 27, f = 28, g = 29, h = 30$

b)  $a = 25, b = 16, c = 9, d = 4, e = 1, f = 0, g = 1, h = 4$

c)  $a = 2, b = 3, c = 5, d = 7, e = 11, f = 13, g = 17, h = 19$

d)  $a = 2009, b = 2010, c = 2011, d = 2008, e = 2009, f = 2010, g = 2007, h = 2008$

**472.** Dowieść, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej  $n$  zachodzi nierówność

$$2 \cdot \binom{2n+5}{n} < 3 \cdot 5^n.$$

**473.** Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^k+1}{n^9+1} + \frac{n^k+2}{n^9+4} + \frac{n^k+3}{n^9+9} + \frac{n^k+4}{n^9+16} + \frac{n^k+5}{n^9+25} + \dots + \frac{n^k+n^2}{n^9+n^4} \right)$$

dla tak dobranej wartości rzeczywistej dodatniej parametru  $k$ , aby powyższa granica była dodatnia i skończona.

**474.** Wyznaczyć asymptoty funkcji  $f$  danej wzorem

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}.$$

**475.** Dane są takie ciągi  $(a_n)$  i  $(b_n)$ , że

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \forall n \geq 6/\varepsilon \quad |a_n - 2| < \varepsilon \quad \text{oraz} \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \forall n \geq 10/\varepsilon \quad |b_n + 5| < \varepsilon.$$

Niech  $c_n = a_n + b_n$ . Wskazać odpowiednią liczbę rzeczywistą  $r$  oraz liczbę naturalną  $P$  i udowodnić, że

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \forall n \geq P/\varepsilon \quad |c_n + r| < \varepsilon.$$

**476.** Wyznaczyć przedział zbieżności rzeczywistego szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot x^{3n}}{\sqrt{n}}.$$

**477.** Rozstrzygnąć zbieżność szeregu liczbowego o wyrazach zespolonych

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^p + i}{n^7 - i}$$

w zależności od parametru całkowitego dodatniego  $p$ .

**478.** W każdym z zadań **478.1-478.4** udziel czterech **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.

**478.1** Czy zbieżny jest szereg

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+\sqrt{n}}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n\sqrt{n}}$

**478.2** Czy zbieżny jest szereg

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+\sqrt{n}}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+n}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+n\sqrt{n}}$

**478.3** Czy ciąg  $(a_n)$  określony wzorem

$$a_n = \frac{n^k+1}{n^7+1} + \frac{n^k+2}{n^7+4} + \frac{n^k+3}{n^7+9} + \frac{n^k+4}{n^7+16} + \frac{n^k+5}{n^7+25} + \dots + \frac{n^k+n}{n^7+n^2}$$

jest zbieżny dla

a)  $k=5$

b)  $k=6$

c)  $k=7$

d)  $k=8$

**478.4** O zdaniu  $T(n)$  wiadomo, że prawdziwe jest  $T(1)$ , a ponadto dla każdej liczby naturalnej  $n$  prawdziwa jest implikacja  $T(n+2) \Rightarrow T(n)$ . Czy stąd wynika, że **fałszywa** jest implikacja

a)  $T(2008) \Rightarrow T(3009)$

b)  $T(2008) \Rightarrow T(3010)$

c)  $T(2009) \Rightarrow T(3010)$

d)  $T(3009) \Rightarrow T(2011)$

**479.** W każdym z zadań **479.1-479.5** podaj kresy zbioru oraz określ, czy kresy należą do zbioru.

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy  $-\infty$  albo  $+\infty$ .

$$\mathbf{479.1.} \quad A = \left\{ \sqrt{n^2 + n} - n : n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \right\}$$

$$\mathbf{479.2.} \quad B = \left\{ \sqrt{n^2 + n + 1} - n : n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$\mathbf{479.3.} \quad C = \{|2 - \log_2 x| : x \in (1, 8]\}$$

$$\mathbf{479.4.} \quad D = \{|2 - \log_2 x| : x \in (1, 16]\}$$

$$\mathbf{479.5.} \quad E = \{|2 - \log_2 x| : x \in (1, 32]\}$$

**480.** Dobrać odpowiednią liczbę rzeczywistą dodatnią  $M$  i **dowieść**, że dla dowolnej liczby rzeczywistej dodatniej  $x$  zachodzi nierówność

$$M \leq \frac{14x^{2009} + x^{1111} + 15}{11x^{2009} + x^{666} + 9} \leq 5M.$$

**481.** Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^{2009}}{2n!}.$$

**482.** Naszkicować wykres funkcji  $f$  określonej wzorem

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{dla } x < a \\ |x| & \text{dla } a \leq x \leq b \\ x^2 & \text{dla } x > b \end{cases}$$

dla każdej pary parametrów  $a < b$ , dla której funkcja  $f$  jest ciągła.

**483.** Obliczyć granicę

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^{2n} + x^n + x^n} \right)$$

w zależności od parametru naturalnego  $n$ .

**484.** Wyznaczyć promień zbieżności rzeczywistego szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)! \cdot x^{2n}}{n! \cdot n^n}.$$

**485.** Obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1}.$$



**486.** Wyznaczyć wszystkie pary parametrów rzeczywistych  $(a, b)$ , dla których funkcja  $f$  określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{dla } x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty) \\ ax^2 + b & \text{dla } x \in [-1, 2] \end{cases}$$

jest ciągła.

**487.** Dobrać odpowiednią liczbę wymiarną dodatnią  $\delta$  i udowodnić, że dla dowolnej liczby rzeczywistej  $x \in (8 - \delta, 8 + \delta)$  zachodzi nierówność

$$\left| \sqrt[3]{x} - 2 \right| < \frac{1}{100}.$$

**488.** Wyznaczyć przedział zbieżności szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n! \cdot x^{n^2}}{n^n}.$$

**489.** Dana jest funkcja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  określona wzorem

$$f(x) = \log_2(2^x + 1).$$

a) Wyznaczyć asymptoty funkcji  $f$ .

b) Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq |x - y|.$$

**490.** Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem

$$f(x) = \sqrt{x^4 + 1}.$$

Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y \in [1, 10]$  zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq 2010 \cdot |x - y|.$$

**491.** Wyznaczyć obszar zbieżności zespolonego szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n \cdot z^{2n}}{n \cdot 2^n}.$$

**492.** Naszkicować wykres funkcji  $f$  określonej wzorem

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{dla } x < a \\ |x^2 - 4| & \text{dla } a \leq x < b \\ 3 & \text{dla } b \leq x < c \\ |x^2 - 4| & \text{dla } x \geq c \end{cases}$$

dla każdej trójki parametrów  $a < b < c$ , dla której funkcja  $f$  jest ciągła.

**493.** Wyznaczyć przedział zbieżności rzeczywistego szeregu potęgowego

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{(n!)^{2010}}.$$

494. Obliczyć granicę

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( (\log_2(2x^2 + 1)) - (\log_4(2x^6 + 1)) + (\log_8(2x^3 + 1)) \right).$$

495. W każdym z 4 poniższych zadań udziel 4 **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.

495.1 Czy funkcja

$$f(x) = \begin{cases} a^x & \text{dla } x < 0 \\ bx^2 + cx + d & \text{dla } x \geq 0 \end{cases}$$

jest ciągła, jeżeli

a)  $a = 4, b = 3, c = 2, d = 1$  .....

b)  $a = 5, b = 4, c = 3, d = 2$  .....

c)  $a = 9, b = 5, c = 3, d = 1$  .....

d)  $a = 7, b = 2, c = 2, d = 3$  .....

495.2 Czy funkcja

$$f(x) = \begin{cases} a^x & \text{dla } x < 1 \\ bx^2 + cx + d & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$$

jest ciągła, jeżeli

a)  $a = 4, b = 3, c = 2, d = 1$  .....

b)  $a = 5, b = 4, c = 3, d = 2$  .....

c)  $a = 9, b = 5, c = 3, d = 1$  .....

d)  $a = 7, b = 2, c = 2, d = 3$  .....

495.3 Czy podany szereg jest zbieżny

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$  .....

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$  .....

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$  .....

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt{n}}$  .....

495.4 Czy podany szereg jest zbieżny

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (-1)^n}{n+1}$  .....

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (-1)^n}{2n+1}$  .....

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$  .....

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \sqrt{n}}$  .....