

Ćwiczenia 27.10.2008

Kolokwium nr 3, 30.10.2008, zad. 1-68

W miarę potrzeby omówić zadania z kolokwium nr 2.

5. NierównościWskazując odpowiednią liczbę całkowitą k udowodnić nierówności $10^k < L < 10^{2k}$.

$$46. L = 3972^{257} \quad 47. L = 257^{3972} \quad 48. L = 700!$$

Wskazując odpowiednie liczby wymierne dodatnie C, D udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej n zachodzą nierówności $C < W(n) < D$.

$$49. W(n) = \frac{n^4 + 16n + 3}{2n^4 + 7n^2} \quad 50. W(n) = \frac{13n^2 - 10n + 3}{2n^2 + 7n - 1} \quad 51. W(n) = \frac{\sqrt{n+7} + 3}{\sqrt{n+3} + 7}$$

$$52. W(n) = \frac{7^n + 6^n + 2^n}{7^n + 5^n + 3^n} \quad 53. W(n) = \sqrt{n^2 + n} - n \quad 54. W(n) = \sqrt[3]{n^3 + n^2} - n$$

Wskazując odpowiednie liczby wymierne dodatnie C, D oraz liczbę rzeczywistą k udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej n zachodzą nierówności

$$C \cdot n^k < W(n) < D \cdot n^k.$$

$$55. W(n) = \frac{n^7 + 10n^3 + 3}{n^4 + 37} \quad 56. W(n) = \frac{5n^8 - n^4 + 3}{5n^{10} - 4} \quad 57. W(n) = \frac{n^6 + 2n^4 + 1}{\sqrt{n} + 2}$$

$$58. W(n) = \frac{n^3 + 2n^2 + 1}{\sqrt{n^6 + 2} + 2} \quad 59. W(n) = \frac{2n^3 - n^2 + 1}{\sqrt[3]{n^2 + 1} + 1} \quad 60. W(n) = \frac{\sqrt[5]{n^2 + 1}}{\sqrt[7]{n^3 + 1} + 1}$$

Wskazując odpowiednią liczbę wymierną dodatnią C udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej n zachodzą nierówności

$$1 - \frac{C}{n} < W(n) < 1 + \frac{C}{n}.$$

$$61. W(n) = \frac{n^2 + 2n + 3}{n^2 + 7n + 2} \quad 62. W(n) = \frac{3n^2 - 2n + 3}{3n^2 + 7n - 2} \quad 63. W(n) = \frac{\sqrt{4n^2 + 1}}{2n + 1}$$

Konwersatorium 29.10.2008Wskazując odpowiednie liczby wymierne dodatnie C, g udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej n zachodzą nierówności

$$g - \frac{C}{n} < W(n) < g + \frac{C}{n}.$$

$$64. W(n) = \frac{2n^2 + 2n + 3}{3n^2 + 7n + 2} \quad 65. W(n) = \frac{4n^2 - 2n + 3}{2n^2 + 7n - 2} \quad 66. W(n) = \frac{\sqrt{4n^2 + 1}}{3n + 1}$$

$$67. W(n) = \sqrt{n^2 + n} - n \quad 68. W(n) = \sqrt[3]{n^3 + n^2} - n$$