Najważniejsze wzorki z wykładu dotyczące zespolonej funkcji wykładniczej i logarytmu:

$$e^z=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{n!}$$

$$e^{x+iy}=e^x\cdot(\cos y+i\sin y)$$

$$e^{z_1+z_2}=e^{z_1}\cdot e^{z_2}$$

$$\ln(1+z)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot z^n}{n},\qquad |z|\leqslant 1,\quad z\neq -1$$

$$\ln z=\ln|z|+i\arg z,\qquad z\neq 0$$

$$\ln z=\ln|z|+i\,\mathrm{arctg}\frac{y}{x},\qquad z=x+iy,\quad x>0$$

787. Obliczyć

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\qquad\text{oraz}\qquad\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$$

przyglądając się na wszystkie strony $\ln(1+i)$.

788. Wyprowadzić wzory na

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\sin 2nx}{(2n)!}\qquad\text{oraz}\qquad\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cos 2nx}{(2n)!}$$

korzystając z rozwinięcia

$$\cos z=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n z^{2n}}{(2n)!}$$

oraz ze wzoru

$$\cos z=\frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}\,.$$

Podać wartość całek

(789)
$$\int_0^{2\pi}\frac{e^{\sin x}+e^{-\sin x}}{2}\cdot\cos\cos x\,dx$$

(790) $$\int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x}+e^{-\sin x}}{2}\cdot \cos\cos x\cdot \cos x\, dx$$

(791) $$\int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x}+e^{-\sin x}}{2}\cdot \cos\cos x\cdot \sin 17x\, dx$$

(792) $$\int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x}+e^{-\sin x}}{2}\cdot \cos\cos x\cdot \cos 2x\, dx$$

(793) $$\int_\pi^{5\pi} \frac{e^{\sin x}+e^{-\sin x}}{2}\cdot \cos\cos x\cdot \cos 5x\, dx$$

(794) $$\int_{-48\pi}^{52\pi} \frac{e^{\sin x}+e^{-\sin x}}{2}\cdot \cos\cos x\cdot \cos 52x\, dx$$

(795) $$\int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x}-e^{-\sin x}}{2}\cdot \sin\cos x\, dx$$

(796) $$\int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x}-e^{-\sin x}}{2}\cdot \sin\cos x\cdot \cos 10x\, dx$$

(797) $$\int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x}-e^{-\sin x}}{2}\cdot \sin\cos x\cdot \sin 10x\, dx$$

(798) $$\int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x}-e^{-\sin x}}{2}\cdot \sin\cos x\cdot \sin 11x\, dx$$

(799) $$\int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x}-e^{-\sin x}}{2}\cdot \sin\cos x\cdot \sin 12x\, dx$$

(800) $$\int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x}-e^{-\sin x}}{2}\cdot \sin\cos x\cdot \cos^5 x\cdot \sin 3x; dx$$