Ćwiczenia 26.05.2009 (zad. 779-786) Kolokwium nr 11, 28.05.2009 (do zad. 786)

10. Szeregi Fouriera (c.d). Wykorzystanie tożsamości trygonometrycznych uzyskanych przy pomocy liczb zespolonych.

W zadaniach **779-781** zakładamy, że funkcja f jest na tyle regularna, że nie ma problemu z obliczeniem współczynników jej szeregu Fouriera, a przy tym f jest sumą swojego szeregu Fouriera.

779. Dowieść, że jeśli f jest funkcją okresową o okresie $\frac{\pi}{2}$, to w jej szeregu Fouriera $a_n = b_n = 0$ dla n niepodzielnych przez 4.

780. Dowieść, że jeśli f jest funkcją okresową o okresie $\frac{2\pi}{5}$, to w jej szeregu Fouriera $a_n = b_n = 0$ dla n niepodzielnych przez 5.

781. Dana jest funkcja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ okresowa o okresie 2π. Dowieść, że f spełnia dla każdego $x \in \mathbb{R}$ równość

$$f(x) = f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

wtedy i tylko wtedy, gdy ....
<<< podać warunek w języku współczynników szeregu Fouriera funkcji f >>>

782. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję f określoną wzorem

$$f(x) = \sin^2 x \cdot \cos 5x \cdot \cos 7x\,.$$

783. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję f określoną wzorem

$$f(x) = \sin^8 x\,.$$

784. Obliczyć całkę oznaczoną

$$\int_{8\pi/7}^{22\pi/7} \cos^{10} x\,.$$

785. Wyznaczyć wszystkie takie funkcje $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, że dla dowolnego $x \in \mathbb{R}$ pochodna szóstego rzędu dana jest wzorem

$$f^{(6)}(x) = \sin^6 x\,.$$

786. Wyprowadzić wzór na sumę

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{3^n}\,.$$