

Konwersatorium 30.03.2009 (zad. 521-531)

Ćwiczenia 31.03.2009 (zad. 476-520)

Kolokwium nr 5, 2.04.2009 (do zad. 531)

Konwersatorium 6.04.2009 (zad. 577-584)

Ćwiczenia 7,9.04.2009 (zad. 532-576)

Kolokwium nr 6, 16.04.2009 (do zad. 584)

Uwaga: Na ćwiczeniach nie ma możliwości dokładnego rozwiązania wszystkich zadań. Studenci powinni umieć wskazać zadania sprawiające największe trudności.

4. Całka nieoznaczona - podstawy.

Całkowanie przez części i przez podstawienie.

Obliczyć $\int f(x)dx$ jeśli $f(x)$ dana jest wzorem:

$$\begin{array}{llll}
 476. 10^x & 477. \sqrt[n]{x^n} \quad (m, n \in \mathbb{N}) & 478. a^x e^x, \quad a > 0 & 479. 3,4x^{-0,17} \\
 480. 1-2x & 481. \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 & 482. (\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1) & 483. \frac{\sqrt{x}-x^3 e^x+x^2}{x^3} \\
 484. (x+1)^{22} & 485. \frac{x^{100}-1}{x-1} & 486. \sin^2 x & 487. \frac{x^3}{x+1} & 488. \frac{x\sqrt[6]{x}+\sqrt[7]{x}}{x^2}
 \end{array}$$

Znaleźć taką funkcję F , że $F''(x)$ dane jest wzorem

$$489. x^2+2x \quad 490. \cos x \quad 491. e^{7x}$$

Znaleźć taką funkcję F , że

$$492. F''(x) = x^2 + 1, \quad F'(0) = 2, \quad F(0) = 3$$

$$493. F''(x) = \frac{1}{x^3}, \quad F'(2) = 1, \quad F(3) = 5$$

$$494. F'''(x) = \sin x, \quad F''(0) = F'(0) = F(0) = 0$$

$$495. F''(x) = \frac{1}{x^2}, \quad F'(1) = F'(-1) = 1, \quad F(1) = F(-1) = 3$$

Obliczyć $\int f(x)dx$, jeśli $f(x)$ dana jest wzorem:

$$496. x \sin 2x \quad 497. x e^{-x} \quad 498. x 3^x \quad 499. x^n \ln x \quad 500. x^3 e^{5x} \quad 501. e^x \sin^2 x$$

502. $x \sin x \cos x$ 503. $e^{3x} \sin 2x$ 504. $\sqrt{e^x - 1}$ 505. $e^x \sin e^x$ 506. $x e^{x^2}$
 507. $1 \cdot \sin \ln x$ 508. $e^{-x^2} x$ 509. $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ 510. $e^{\sqrt[3]{x}}$ 511. $\frac{1}{x \ln x \ln \ln x}$
 512. $\cos x \cdot e^{\sin x}$ 513. 6^{1-x} 514. $\sin^5 x \cos x$ 515. $\operatorname{tg} x$ 516. $x e^{x^2} (x^2 + 1)$
 517. $e^{5x} \sin 3x$ 518. $e^{5x} \cos 3x$ 519. $\sin 3x \cdot \sin 5x$ 520. $\sin 15x \cdot e^{-4x}$
 521. $\frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 1}$ 522. $\frac{\operatorname{arctg}^7 x + 9 \operatorname{arctg}^5 x}{x^2 + 1}$ 523. $\frac{x^3}{(x-1)^{12}}$
 524. $\frac{\ln^7 x + \ln^2 x}{x}$ 525. $e^{-x^2} x^5$ 526. $\sin \sqrt{x}$
 527. $\frac{\sqrt{2 + \ln x}}{x}$ 528. $\frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x + 1}}$ 529. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ Wsk. $x = \sin t$

Znaleźć wszystkie takie funkcje F , że $F''(x)$ dane jest wzorem

530. $x e^x$ 531. $\frac{1}{x}$

5. Całka nieoznaczona (c.d.).

Całkowanie funkcji wymiernych.

Obliczyć $\int f(x) dx$, jeśli $f(x)$ dana jest wzorem:

532. $\frac{5x^2 - 12}{(x^2 - 6x + 13)^2}$ 533. $\operatorname{arctg} x$ 534. $\operatorname{arctg} \sqrt{x}$ 535. $\frac{1}{1 + \sqrt{x+1}}$
 536. $x^2 \ln(x+1)$ 537. $\frac{x}{(x+1)(2x+1)}$ 538. $\frac{x}{x^2 - 7x + 10}$ 539. $\frac{x-2}{x^2 - 7x + 12}$
 540. $\frac{x}{2x^2 - 3x - 2}$ 541. $\frac{4x+3}{(x-2)^3}$ 542. $\frac{x^3+1}{x^3-x^2}$ 543. $\frac{x^4}{x^2+1}$
 544. $\frac{1}{(x^2+9)^3}$ 545. $\frac{x^3+x-1}{(x^2+2)^2}$ 546. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}$ 547. $\frac{1}{x\sqrt{x+1}}$
 548. $\frac{1}{1 + \sqrt[3]{x+1}}$ 549. $\frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ Wsk. $t = e^x$ 550. $1 \cdot \ln(1+x^2)$ 551. $\frac{x^2}{1+x^3}$
 552. $x \ln(x^2+1)$ 553. $\frac{1}{x^2-x-1}$ 554. $\frac{7x^6+3x^2+4x}{x^7+x^3+2x^2+4}$
 555. $\sqrt{x} \ln x$ 556. $\frac{e^x}{e^{2x}+1}$ 557. $\frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$ 558. $\frac{e^x}{e^{3x}-1}$
 559. $\frac{1}{(x+1)\sqrt{x}}$ 560. $\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1}$ 561. $\frac{1}{x^6+x^4}$

$$\begin{array}{lll}
 562. \frac{1}{(x^2+2x+2)(x^2-4)} & 563. \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x+2}}} & 564. \frac{x^4}{x^{15}-1} \\
 565. \frac{1}{x^4+1} \quad \text{Wsk. } x^4+1=(x^2+ax\pm 1)(x^2+bx\pm 1) & & \\
 566. x^2 \arctg x & 567. \frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x+3)(x-4)} &
 \end{array}$$

Sprowadzić następujące całki do całek funkcji wymiernych

$$\begin{array}{lll}
 568. \int \sin^{10} x dx & 569. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x} & 570. \int \frac{x^{20}}{x^{30} + \sqrt{x+1}} dx \\
 571. \int \frac{\sqrt[5]{x+32} + 11}{\sqrt[7]{x+32} + x} dx & 572. \int \sqrt[7]{21 + \sqrt[3]{x+5}} dx & 573. \int \frac{\sqrt{x+7} + x}{x^2 \sqrt{x+7} + 4} dx \\
 574. \int \sqrt{x^2-1} dx \quad \text{Wsk. } \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} = t & & \\
 575. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x^2+9}} & 576. \int \sqrt{x^2-16} x^7 dx & \\
 577. \int \sqrt{x^2+1} dx \quad \text{Wsk. } \sqrt{x^2+1} = x+t & &
 \end{array}$$

Wyrazić I_n przy pomocy I_{n-1} lub I_{n-2}

$$\begin{array}{lll}
 578. I_n(x) = \int \frac{1}{(x^2+4)^n} dx & 579. I_n(x) = \int x^n e^x dx & 580. I_n(x) = \int x^n \sin x dx \\
 581. I_n(x) = \int \sin^n x dx \quad \text{Wsk. } \sin x \cdot \sin^{n-1} x \text{ przez części} & & \\
 582. I_n(x) = \int \ln^n x dx & 583. I_n(x) = \int x^n e^{x^2} dx &
 \end{array}$$

$$584. \text{ Znaleźć takie } F, \text{ że } F''(x) = \frac{x}{(x^2+1)^2}, F'(0) = 0, F(0) = 5$$

Dla spragnionych większej ilości zadań:

W. Kryszki, L. Włodarski, *Analiza matematyczna w zadaniach*, część I,

Rozdział XV **Całki nieoznaczone**,

Rozdział XVI **Całki funkcji wymiernych**,

§17.1 **Całki z pierwiastków z wyrażenia liniowego**.