

Ćwiczenia 12.01.2009 (zad. 291-300)

Kolokwium nr 12, 15.01.2009, zad. 1-300

Ćwiczenia 19.01.2009 (zad. 301-312)

Kolokwium nr 13, 22.01.2009, zad. 1-321

W miarę potrzeby omawiać na ćwiczeniach zadania z kolokwiów.

10. Funkcje (c.d).

Dla podanej funkcji f wyprowadzić oszacowanie postaci

$$|f(x) - f(x_0)| < C \cdot \delta$$

prawdziwe dla dowolnego $\delta > 0$ oraz dowolnych $x, x_0 \in D_f$ spełniających warunek $|x - x_0| < \delta$. W czterech zadaniach C jest liczbą rzeczywistą dodatnią, w jednym wyrażeniem zależnym od x_0 .

291. $f(x) = \sqrt{x}$, $D_f = [1, +\infty)$

292. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, $D_f = \mathbb{R}$

293. $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$, $D_f = \mathbb{R}$

294. $f(x) = x^3$, $D_f = \mathbb{R}$

295. $f(x) = x^3$, $D_f = [-10, 5]$

11. Szeregi potęgowe.

Wyznaczyć przedział zbieżności szeregu potęgowego

$$\begin{array}{llll}
 296. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{n^{10}} & 297. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}} & 298. \sum_{n=0}^{\infty} 50^n x^{2n+5} & 299. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)} \\
 300. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\sqrt{n^2 + n} - n} & 301. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+5} x^{3n+7}}{n \cdot 6^{2n}} & 302. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)! x^n}{(n!)^3} & 303. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+7} x^{6n}}{\sqrt{n}} \\
 304. \sum_{n=1}^{\infty} n! x^{2n} & 305. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(54n+1)^n x^{3n}}{(81n+2)^n} & 306. \sum_{n=1}^{\infty} 10^{n^2} x^{n^3} & 307. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{3n}{n} x^n}{n^2}
 \end{array}$$

Obliczyć promień zbieżności szeregu potęgowego

$$\begin{array}{llll}
 308. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^{n+7} & 309. \sum_{n=0}^{\infty} \binom{4n}{n} x^n & 310. \sum_{n=0}^{\infty} n! x^{n^2} & 311. \sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+10}{n} x^n \\
 312. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!(3n)!}{(2n)!(2n)!} x^n & & &
 \end{array}$$

Konwersatorium 14.01.2009.

Obliczyć sumy szeregów potęgowych

$$313. \sum_{n=0}^{\infty} x^n \quad 314. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2^n} \quad 315. \sum_{n=1}^{\infty} nx^n$$

316. Podać przykład szeregu potęgowego o promieniu zbieżności 2 i sumie równej 7 dla $x = 1$.

317. Podać przykład dwóch szeregów potęgowych o promieniach zbieżności 1, których suma jest szeregiem potęgowym o promieniu zbieżności 2.

318. Podać przykład takiego szeregu zbieżnego $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o sumie 100 i wyrazach dodatnich, że $a_n = n$ dla $n \leq 10$.

319. Podać przykład takiego szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ rozbieżnego do $-\infty$, że $a_n = n$ dla nieskończenie wielu n .

320. Podać przykład takiego szeregu rozbieżnego $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, że granica $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ istnieje i jest mniejsza od 1.

321. Podać przykład takiego szeregu zbieżnego $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, że $\frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$ dla nieskończenie wielu n .