

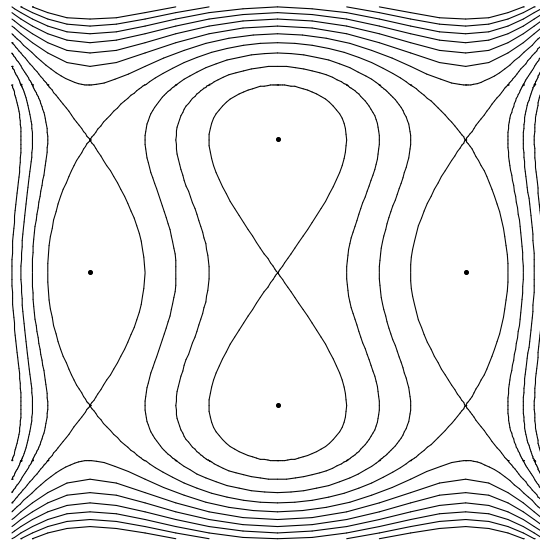
Ćwiczenie-wykłado-konwersatorium: 28.01.2008

### 15. Powtórzenie, uzupełnienie (c.d.)

318. a) Znaleźć i sklasyfikować punkty krytyczne funkcji

$$f(x,y) = x^4 + 2y^2 - y^4 - 4x^2.$$

b) Od każdego punktu siodłowego poprowadzić drogę w dół (tzn. w kierunku zmniejszających się wartości funkcji  $f$ ) do minimum lub do granicy rysunku. Kierunek osi jest standardowy.



319. Wyznaczyć odległość punktu  $(1,0)$  od elipsy o równaniu

$$x^2 + 4y^2 = 4.$$

320. Płaszczyzna styczna do paraboloidy obrotowej o równaniu  $z = x^2 + y^2$  jest prostopadła do wektora  $(1,1,1)$ . Wyznaczyć punkt styczności oraz równanie tej płaszczyzny.

Wyznaczyć wszystkie takie punkty  $p$  tejże paraboloidy, że płaszczyzna styczna do paraboloidy w punkcie  $p$  przechodzi przez punkt  $(0,0,-1)$ .

321. Dla jakiej wartości dodatniej parametru  $a$  punkt  $(0,1)$  jest środkiem ciężkości figury

$$\{(x,y) \mid |x| \leq a, x^2 \leq y \leq x^2 + 1\} ?$$

**322.** Obliczyć całkę

$$\int_{-1}^1 \int_{|x|}^{\sqrt{2-x^2}} (x^2 + y^2)^{100} dy dx.$$

**323.** Obliczyć całkę

$$\int_K y + 2f(2x + y) dx + 2x + f(2x + y) dy,$$

gdzie  $K$  jest okręgiem o środku  $(137, 284)$  i promieniu 10, skierowanym przeciwwzgarowo, natomiast

$$f(t) = (t^7 + t^3 + 1)^{t^8 + t^4 + t}.$$

**324.** Rozważamy pola wektorowe postaci

$$X_a = \left( \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^a}, \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^a}, \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^a} \right),$$

gdzie  $a$  jest parametrem rzeczywistym.

a) Dla jakich  $a$  pole  $X_a$  jest bezźródłowe (tzn. ma zerową dywergencję)?

b) Dla jakich  $a$  pole  $X_a$  jest bezwirowe (tzn. ma zerową rotację)?

**325.** Wyznaczyć największą wartość funkcji

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \\ &= \frac{\frac{(18x+y)^2 + (17x+6y)^2}{2} + \frac{|(18x+y)^2 - (17x+6y)^2|}{2} + (15x + 10y)^2}{2} + \\ &+ \frac{\left| \frac{(18x+y)^2 + (17x+6y)^2}{2} + \frac{|(18x+y)^2 - (17x+6y)^2|}{2} - (15x + 10y)^2 \right|}{2} \end{aligned}$$

na okręgu

$$\{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\}.$$