Ćwiczenia 8.01.2008

Kolokwium nr 11: 14.01.2008, godz. 11.15, s. HS, zad. 1-294

14. Twierdzenie Stokes'a.

Rozstrzygnąć, czy dla dowolnej funkcji $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ i pola wektorowego $X:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ (różniczkowalnych w sposób ciągły tyle razy, ile trzeba) zachodzą poniższe równości (podać uzasadnienie równości lub kontrprzykład). 0 w zależności od kontekstu oznacza funkcję liczbową równą 0 lub zerowe pole wektorowe.

276. $\operatorname{rot}\operatorname{grad} f=0$ **277.** $\operatorname{div}\operatorname{rot} X=0$ **278.** $\operatorname{rot}\operatorname{rot} X=0$

279. $\operatorname{grad}\operatorname{div} X=0$ **280.** $\operatorname{rot}\operatorname{grad} f=\operatorname{div}\operatorname{rot}\operatorname{grad} f$

281. $\operatorname{rot}(fX)=\operatorname{grad} f\times X+f\operatorname{rot} X$ **282.** $\operatorname{div}\operatorname{grad} f=0$

283. $\operatorname{div}(fX)=\operatorname{grad} f\circ X+f\operatorname{div} X$

Znaleźć potencjały pól wektorowych (o ile posiadają potencjał)

284. (x^2,y^3,z^4) **285.** (ye^{xy},xe^{xy},z^4)

286. $((y+1)e^{z^2},xe^{z^2},2x(y+1)ze^{z^2})$

Zastosować i sprawdzić prawdziwość twierdzenia Stokes'a dla podanej całki krzywoliniowej i powierzchni

287. $\int\limits_{\partial S} x^2y+y^3dx-x^3-xy^2dy+e^{e^z}dz,\ S=\{(x,y,z):\,x^2+y^2=z\leqslant 4\}$

288. $\int\limits_{\partial S} ydx+2zdy+3xdz,\ S=\{(x,y,z):\,x^2+y^2+z^2=4\ ,\ z\geqslant 1\}$

289. $\int\limits_{\partial S} xyzdz,\ S=\{(x,y,z):\,x^2+y^2=z\leqslant x+2\}$

290. $\int\limits_{\partial S} xyzdz,\ S=\{(x,y,z):\,x^2+y^2\leqslant z=x+2\}$

291. $\int\limits_{\partial S} ydx+zdy-ydz,\ S=\{(x,y,z):\,x^2+y^2=z\leqslant 4\}$

292. $\int\limits_{\partial S} ydx+zdy-ydz,\ S=\{(x,y,z):\,x^2+y^2\leqslant z=4\}$

293. $\int\limits_{\partial S} ydx+zdy-ydz,\ S=\{(x,y,z):\,2\sqrt{x^2+y^2}=z\leqslant 4\}$

294. $\int\limits_{\partial S} ydx+zdy-ydz,$

$S=\{(x,y,z):\,x^2+y^2\leqslant 20,\ \sqrt{20-x^2-y^2}=z\geqslant 4\}$