Ćwiczenia 18.12.2007
Kolokwium nr 10: 7.01.2008, godz. 11.15, s. HS, zad. 1-275

12. Całki powierzchniowe (zorientowane).

Obliczyć całki powierzchniowe zorientowane (wybrać dowolnie orientację powierzchni)

261. $\iint\limits_S x dydz + y dzdx + z dxdy$, $S = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 = 2x\}$

262. $\iint\limits_S y^2 dzdx + z dxdy$, $S = \{(x,y,z) : x^2+y^2 = z^2,\ z \in [0,2]\}$

263. $\iint\limits_S z dydz + y^2 dzdx + x dxdy$, $S = \{(x,y,x^2+y^2) : x,y \in [-1,2]\}$

264. $\iint\limits_W (x+2) dydz + (y+3) dzdx$,
$W = \{(x,y,z) : x^2+4x+y^2+6y = 0,\ z \in [2,5]\}$

265. $\iint\limits_S x dydz + e^{x+y+z} dzdx + dxdy$, S - równoległobok o wierzchołkach (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1) i (1,-1,1)

13. Twierdzenie Gaussa-Ostrogradskiego.

Zastosować twierdzenie G.-O. dla podanego pola wektorowego i obszaru Ω oraz sprawdzić jego prawdziwość obliczając całki występujące po obu stronach wzoru.

266. (x,z,y), $\Omega = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 \leqslant 5\}$

267. $(1,xy,z)$, $\Omega = \{(x,y,z) : x^2+y^2 \leqslant 3z^2,\ 0 \leqslant z \leqslant 3\}$

268. $(x,0,y^2)$, $\Omega = \{(x,y,z) : x,y \in [-1,1],\ 0 \leqslant z \leqslant (1-x^2)(1-y^2)\}$

269. $(x^2+y^2+z^2,0,0)$, $\Omega = [0,1]^3$

270. $(x,-y,0)$, $\Omega = \{(x,y,z) : \sqrt{x^2+y^2} \leqslant z \leqslant \sqrt{1-x^2-y^2}\}$

271. $\left(\frac{x}{x^2+y^2+z^2}, \frac{y}{x^2+y^2+z^2}, \frac{z}{x^2+y^2+z^2}\right)$, $\Omega = \{(x,y,z) : 1 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 4\}$

272. (x,y,z), $\Omega = \{(x,y,z) : x,y,z \geqslant 0,\ x+y+z \leqslant 3\}$

273. $(1,1,2x+2y)$, $\Omega = \{(x,y,z) : x^2+y^2 \leqslant z \leqslant 25\}$

274. (x,y,z), $\Omega = \{(x,y,z) : \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2} \leqslant 1\}$, $a,b,c > 0$

275. (bc,ca,ab), $\Omega = \{(x,y,z) : x,y,z \geqslant 0,\ \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c} \leqslant 1\}$, $a,b,c > 0$. Jaki kąt tworzy pole wektorowe z największą ścianą? Jak się mają strumienie pola przez poszczególne ściany do kwadratów ich powierzchni?