

## 4. Ekstrema warunkowe.

Ćwiczenia 30.10.2007

Kolokwium nr 3: 5.11.2007, godz. 11.15, s. HS, zad. 1-133

Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji na zbiorze zdefiniowanym podanymi warunkami

KRZYWA W  $\mathbb{R}^2$ 

101.  $f(x,y) = 3x + 4y + 5$  ,  $x^2 + y^2 = 1$

102.  $f(x,y) = xy$  ,  $x^2 + y^2 = 1$

103.  $f(x,y) = x + y$  ,  $9x^2 + 4y^2 = 36$

POWIERZCHNIA W  $\mathbb{R}^3$ 

104.  $f(x,y,z) = x - y + z$  ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

105.  $f(x,y,z) = 2x - y + z$  ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$

106.  $f(x,y,z) = x^4 + y^4 + z^4$  ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

107.  $f(x,y,z) = x + 2y + 3z$  ,  $x^4 + y^4 + z^4 = 1$

KRZYWA W  $\mathbb{R}^3$ 

108.  $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + xy + z^2$  ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  i  $x + y + z = 1$

109.  $f(x,y,z) = yz$  ,  $x^2 + y^2 = 1$  i  $x = z$

110.  $f(x,y,z) = z$  ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  i  $x + y = 0$

RÓŻNE

111.  $f(x,y) = 2x + 2y + |x|$  ,  $x^2 + y^2 \leq 1$

112.  $f(x,y,z) = 4|y| + x + y + z$  ,  $x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 4$

113.  $f(x,y) = y$  ,  $x^4 + 4xy + y^4 = 2$

114.  $f(x,y,z) = (x^2 - 1)^2 + y^2 + z^4$  ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$

115.  $f(x,y) = 2x + y$  ,  $x^2 + y^2 = 3$

116.  $f(x,y) = xy^4$  ,  $x^2 + 4y^2 = 5$

117.  $f(x,y) = x^2y - xy^2$  ,  $x^2 + xy + y^2 \leq 9$

118.  $f(x,y) = y$  ,  $x^2 + xy + y^2 \leq 31$

**119.** Wiadomo, że  $xyz = 2$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 6$  i  $x, y, z$  są dodatnie. Jaka najmniejszą i największą wartość może osiągać  $x + y + z$ ? Podać wartość dokładną oraz przybliżenie z 5 cyframi po przecinku.

**Wskazówka:**  $x^2y + y^2z + z^2x - x^2z - y^2x - z^2y$  dzieli się przez  $x - y$ .

**120.** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z) = 5x + y + 3z + |2x - y - 3z|$$

na sferze o równaniu

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

i określić, w których punktach te wartości są osiągane.

**121.** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z, t) = x + 2y + 3z + 4t$$

na zbiorze zdefiniowanym warunkiem

$$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1$$

i określić, w których punktach te wartości są osiągane.

**122.** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z, t) = x + 2y + 3z + 4t$$

na zbiorze zdefiniowanym warunkami

$$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1, \quad x + y = 0$$

i określić, w których punktach te wartości są osiągane.

**123.** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z, t) = x + 2y + 3z + 4t$$

na zbiorze zdefiniowanym warunkami

$$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1, \quad x + y = 0, \quad z + t = 0$$

i określić, w których punktach te wartości są osiągane.

**124.** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$$

na zbiorze zdefiniowanym warunkami

$$x^2 + y^2 + z^2 = z, \quad 4x^2 + 4y^2 + z^2 = 1$$

i określić, w których punktach te wartości są osiągame.

**125.** Niech  $a$  będzie liczbą rzeczywistą. W zależności od  $a$  wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z, t) = x + ay + az + t$$

na zbiorze zdefiniowanym warunkami

$$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1, \quad x + y + z = 0, \quad y + z + t = 0$$

i określić, w których punktach te wartości są osiągame.

**126.** Niech  $a$  będzie liczbą rzeczywistą. W zależności od  $a$  wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z) = ax^2 + yz$$

na okręgu zdefiniowanym warunkami

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad x + y + z = 0$$

i określić, w których punktach te wartości są osiągame.

**127.** Dana jest liczba rzeczywista dodatnia  $a$ . W zależności od  $a$  znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z) = 10x^2 + y^2$$

na okręgu zdefiniowanym równaniami

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad z = ax$$

i określić, w których punktach te wartości są osiągame.

**128.** Dana jest liczba rzeczywista dodatnia  $a$ . W zależności od  $a$  znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z) = 5x^2 + y^2$$

na okręgu zdefiniowanym równaniami

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad z = ax$$

i określić, w których punktach te wartości są osiągame.

**129.** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z) = 3x^2 - 2y^2 - 2z^2$$

na zbiorze

$$\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 2x \wedge x^2 + 9y^2 + 9z^2 = 9\}$$

oraz podać, w których punktach te wartości są osiągnane.

**130.** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

na zbiorze

$$Z = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + 4z^2 = 1 \wedge x^2 + y^2 + z^2 + 2z = 1\}$$

oraz podać, w których punktach te wartości są osiągnane.

**131.** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

na zbiorze

$$Z = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + 4z^2 = 1 \wedge x^2 + y^2 + z^2 + 2z = 1\}$$

oraz podać, w których punktach te wartości są osiągnane.

**132.** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z) = xyz^2$$

na zbiorze

$$Z = \{(x, y, z) : x^2 + y^4 + z^8 = 1\}$$

oraz podać, w których punktach te wartości są osiągnane.

**133.** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y, z) = xyz + x^2y^4z^6 + x^{2008}y^{2048}z^{6006}$$

na zbiorze

$$Z = \{(x, y, z) : x^4 + y^4 + z^4 = 1 \wedge 2x^2 + 3y^2 + 6z^2 = 7\}$$

oraz podać, w których punktach te wartości są osiągnane.