

3. Gradient. Pochodne kierunkowe. Znajdowanie najmniejszej i największej wartości funkcji dwóch zmiennych.

Ćwiczenia 23.10.2007

Kolokwium nr 2: 29.10.2007, godz. 11.15, s. HS, zad. 1-100

Obliczyć pochodną funkcji

64. $f(x,y) = x^8y^4 + e^{x^2y}$ w punkcie $(0,5)$ wzdłuż wektora $(-1,2)$

65. $f(x,y) = \sin^2(x^2y^2)$ w punkcie $(\pi, \frac{1}{\pi})$ wzdłuż wektora $(3,7)$

66. $f(x,y) = x^{y+1}$ w punkcie $(2,2)$ wzdłuż wektora $(1,1)$

67. $f(x,y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ w punkcie $(1,2)$ w kierunku wektora $(3,-4)$

68. $f(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2}$ w punkcie $(1,1)$ w kierunku wektora $(5,12)$

UWAGA: Przyjmujemy, że pochodna w kierunku wektora jest pochodną wzdłuż wektora znormalizowanego, tzn. podzielonego przez swoją długość.

Obliczyć pochodną w kierunku podanego wektora

69. $f(x,y) = \sin x + y^2x$, $(1,1)$ **70.** $f(x,y) = e^{xy} + x^8$, $(3,-4)$

71. $f(x,y) = 2xy + x^2y^2$, $(1,-1)$ **72.** $f(x,y) = x(x+y)^{20}$, $(5,12)$

Obliczyć gradient funkcji

73. $f(x,y) = x^2 + y^2$ **74.** $f(x,y) = x^2 + 3\sin y$

75. $f(x,y) = 1 - x^2 - 4y^2$

76. $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ **77.** $f(x,y) = x + 2y + 3$

Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji na zbiorze zdefiniowanym podanymi warunkami

78. $f(x,y) = x^6 + y^6 + xy$, $x,y \in [-1,1]$

79. $f(x,y) = x^2 + y^2 + 4\arctg(xy)$, $x,y \in [0,10]$

80. $f(x,y) = x^4 + y^4$, $x,y \in [0,10]$, $x + 8y \geq 9$

81. $f(x,y) = |x| + (x+y)^2 + \frac{3}{2}y$, $x,y \in [-1,1]$

82. $f(x,y) = \frac{1}{2+xy} + \frac{x}{8}$, $x,y \in [-1,1]$

83. $f(x,y) = 9(x-1)^2 + 16(y-2)^2$, $x \in [0,2]$, $0 \leq y \leq x^2$

Opisać obszar będący dziedziną funkcji trzech zmiennych

84. $f(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{z}}$ 85. $f(x,y,z) = \sqrt{x^2 - y^2 - z^2}$

86. $f(x,y,z) = z + \ln(x^2 + y^2 - 9)$

87. $f(x,y,z) = \sqrt{25 - x^2 - y^2 - z^2} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 4}}$

Zbadać istnienie następujących granic, obliczyć wartość, jeśli granica istnieje

88. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0 \\ z \rightarrow 0}} \frac{xyz}{x^4 + y^4 + z^4}$ 89. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0 \\ z \rightarrow 0 \\ t \rightarrow 0}} \frac{xyzt}{x^4 + y^4 + z^4 + t^4}$

90. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0 \\ z \rightarrow 0}} \frac{xyz}{x^2 + y^4 + z^8}$ 91. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0 \\ z \rightarrow 0}} \frac{xyz^2}{x^2 + y^4 + z^8}$

Obliczyć pochodne cząstkowe rzędu 1 następujących funkcji

92. $f(x,y,z) = x^7y^9 + ze^{xy}$ 93. $f(x,y,z,t,u,v,w) = xy^2z^3t^4 + e^{tu^2v^3w^4}$

94. Obliczyć pochodną funkcji $f(x,y,z,t) = xy + z^2t^7$ w punkcie $(1,2,3,4)$ w kierunku wektora $(1,1,1,1)$

Obliczyć pochodną w kierunku podanego wektora

95. $f(x,y,z) = \sin x + y^2z$, $(1,1,4)$

96. $f(x,y,z,t) = 2xy + x^2y^2z^2t^2$, $(1,-1,1,-1)$

97. $f(x,y,z,t,u,v) = x + xy + xyz + yzt + ztu + tuv + uv + v$,
 $(2,1,-1,-1,-1,1)$

Obliczyć gradient funkcji

98. $f(x,y,z) = x^2 + 3\sin y$ 99. $f(x,y,z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

100. $f(x,y,z,t) = x + 2y + 3z + 4t + 5$